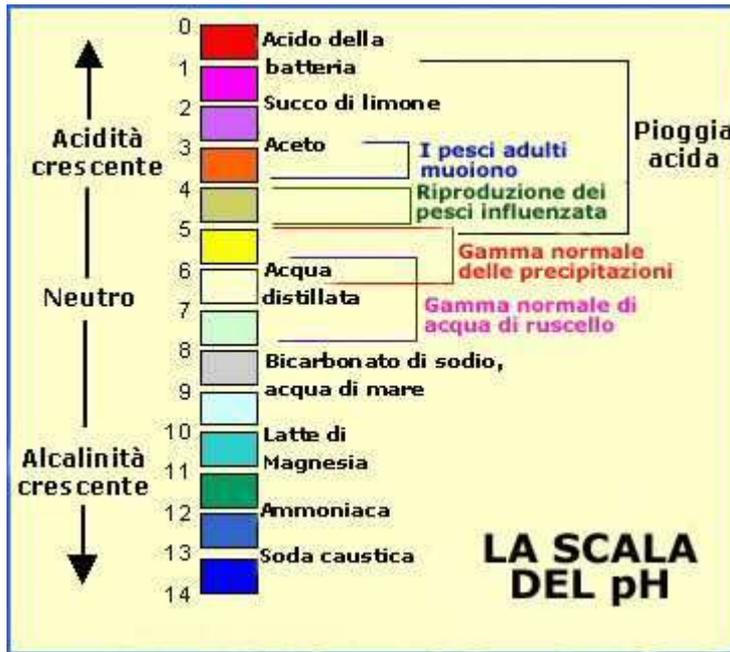


# LOGARITMI

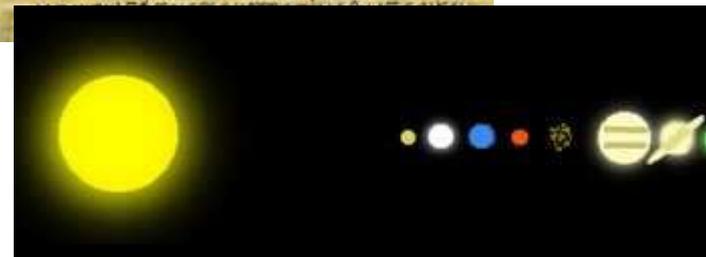


Prof.ssa Noemi Stivali



ΣΩΚΡΑΤΗΣ ΕΙΡΑΤΙΣ ΓΕΓΟΝΗ ΕΡΑΣΤΟΣ  
 ΤΟΥ ΔΑΚΙΒΙΑΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΟΥΚ ΑΔΑΚΙΒΙΑΟΥ  
 ΑΡΑ ΚΡΑΣΘΗΛΑΤΗΡΟΣ ΤΩΝ ΔΑΚΙΒΙΑΟΥ  
 ΔΑΚΙΒΙΑΝΟΣ ΔΑΚΘΗΛΕΤΟΣ ΣΩΚ' ΟΣΤΙΣ  
 ΔΕ ΣΥΤΗΣ ΤΥΧΗΣ ΕΡΑΙ ΑΛΚ' ΑΝΑΓΚΗ  
 ΦΑΙΝΕΤΑΙ Κ ΤΥΛΕΤΟΥ ΣΩΚ' ΟΥΚ ΟΥΘΙΡΑΝ  
 ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΣΟΥΡΩΝ ΕΠΙΔΑΜΝΕΙ ΑΝΘΩΝ  
 ΑΠΩΝ ΟΙΧΕΤΑΙ ΑΛΚ' ΦΑΙΝΕΤΑΙ ΣΩΚ' ΟΔΕ  
 ΓΕ ΤΗΣ ΨΥΧΗΣ ΘΡΩΝΟΥΚΑΙ ΤΕΙΣΙΝ ΕΩΣΑΝΕΣΙ  
 ΤΕ ΒΕΛΤΙΟΝΗ ΑΛΚ' ΕΙΚΟΣ Ε- ΣΩΚ' ΟΥΚ ΟΥΝ  
 ΕΤΩΣΜΑΙ ΟΥΚ ΑΠΙΝΑ ΑΛΛΑ ΠΑΡΑΝΕΩΝΑΝΤ  
 ΟΝΤΟΣ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΤΩΝ ΑΛΩΝ ΑΠΕΧΛΥΦ  
 ΟΤΩΝ ΑΛΚ' ΕΥΓΕΚΩΝ Ω ΣΩΚΡΑΤΕΣ ΚΑΙ ΧΑΛΣ  
 ΑΠΕΛΘΗΣ ΣΩΚ' ΠΡΟΦΥΜΟΥ ΤΗΝΥΝ ΟΤΙΚΑΛΙ  
 ΣΤΟΣ ΕΙΝΑΙ ΑΛΚ' ΑΛΛΑ ΠΡΟΦΥΜΗΣ ΟΜΑΙ ΣΩΚ'

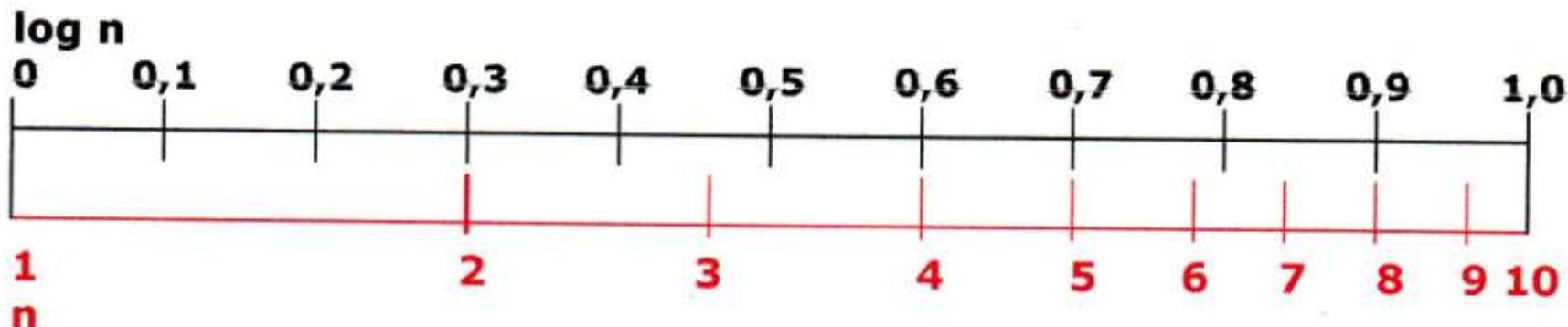
# LOGARITMI



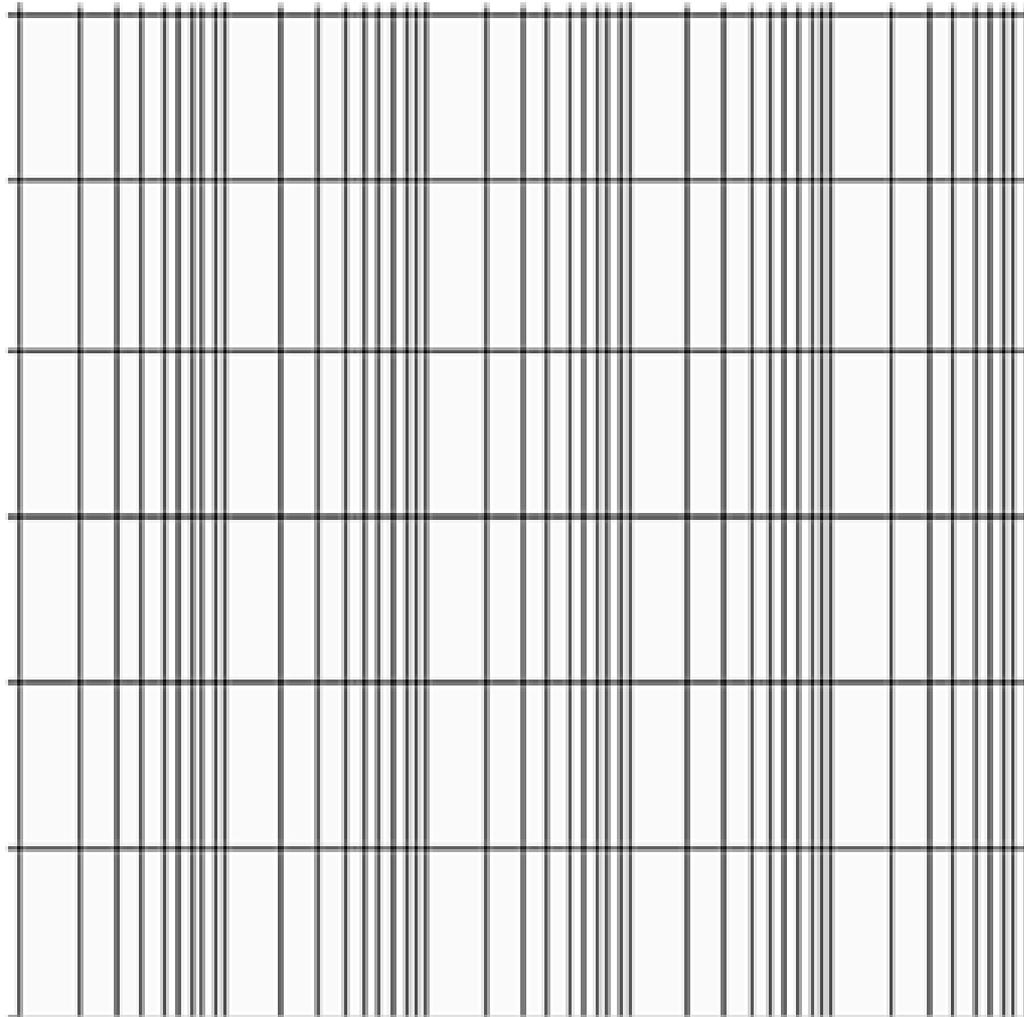
Il **logaritmo** in base 10 (decimale) di un numero  $n$  è l'**esponente** a cui va elevata la base (10) per ottenere il numero

- per  $n = 1 = 10^0$ ; il log è 0
- per  $n = 10 = 10^1$ ; il log è 1
- per  $n = 2 = 10^{0,301}$ ; il log è 0,301
- per  $n = 20 = 2 \times 10 = 10^{0,301} \times 10^1$ ; il log è 1,301
- per  $n = 200 = 2 \times 10^2 = 10^{0,301} \times 10^2$ ; il log è 2,301
- per  $n = 2000 = 2 \times 10^3 = 10^{0,301} \times 10^3$ ; il log è 3,301

# Scala dei logaritmi in base 10



per n = 2	= $10^{0,301}$ ;	il log è 0,301
per n = 3	= $10^{0,477}$ ;	il log è 0,477
per n = 4	= $10^{0,602}$ ;	il log è 0,602
per n = 5	= $10^{0,699}$ ;	il log è 0,699
per n = 6	= $10^{0,778}$ ;	il log è 0,778
per n = 7	= $10^{0,845}$ ;	il log è 0,845
per n = 8	= $10^{0,903}$ ;	il log è 0,903
per n = 9	= $10^{0,954}$ ;	il log è 0,954
per n = 10	= $10^1$ ;	il log è 1
per n = 1	= $10^0$ ;	il log è 0



Poiché qualsiasi numero si può esprimere come il prodotto di un numero con una sola cifra significativa prima della virgola per una potenza di 10, per es.

$$12345 = 1,2345 \times 10^4$$

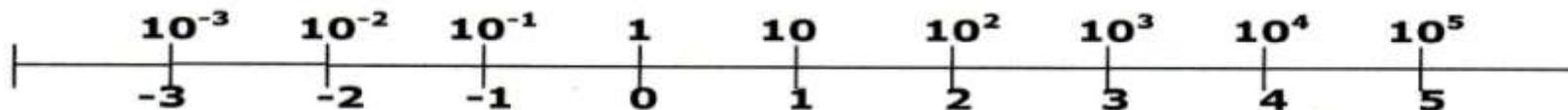
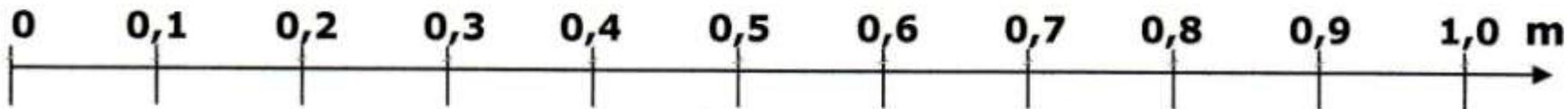
$$0,0004 = 4 \times 10^{-4}$$

**caratteristica**

- se uso i logaritmi, farò la somma algebrica del logaritmo dei due fattori:
- **$\log 12345 = \log 1,2345 + 4 \log 10 = 0,0915 + 4 = 4,0915$**
- **$\log 0,0004 = \log 4 + (-4) \log 10 = 0,602 - 4 = - 3.398$**

**mantissa**

# I logaritmi sono utili per rappresentare gli ordini di grandezza



# La contaminazione di Chernobyl

## maggio 1986



- I giornali riportavano, minimizzando:

“Dopo l’incidente di Chernobyl, alcuni terreni della Val Padana presentano una contaminazione poco più elevata (è possibile un fattore 2 a 3) della radiazione naturale”.

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1000$$

La funzione logaritmo permette, inoltre, di **abbassare il livello dell'operazione** che si deve effettuare, perciò, una moltiplicazione corrisponderà ad una somma, una divisione ad una differenza, una potenza ad una moltiplicazione, una radice ad una divisione.

Questo può essere espresso matematicamente in base alle relazioni:

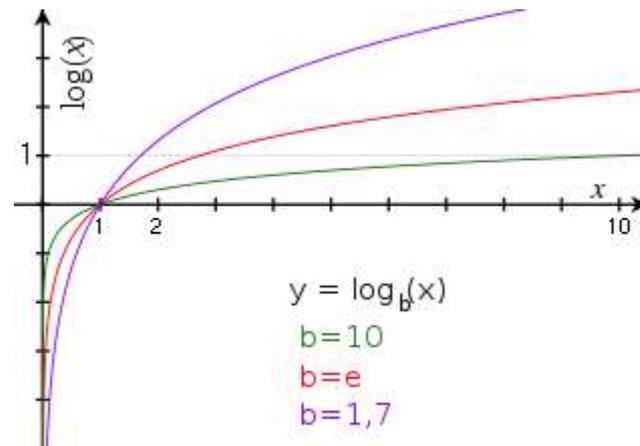
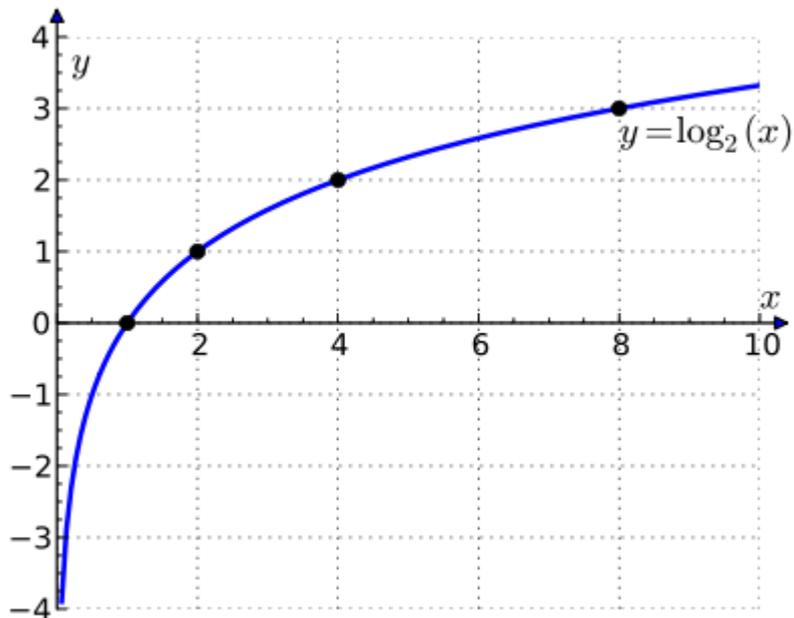
$$\log ab = \log a + \log b$$

$$\log a/b = \log a - \log b$$

$$\log a^n = n \log a$$

$$\log \sqrt[m]{a} = \log a^{1/m} = 1/m \log a$$

# Funzione logaritmica

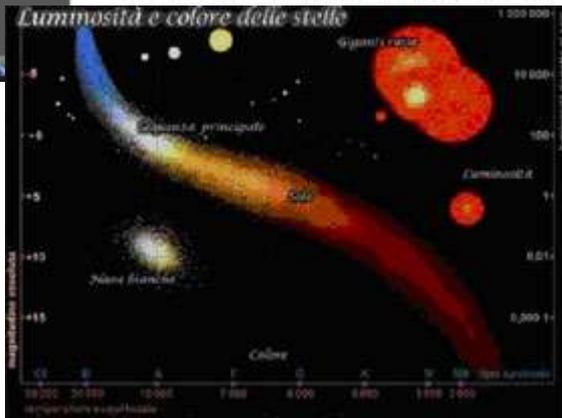
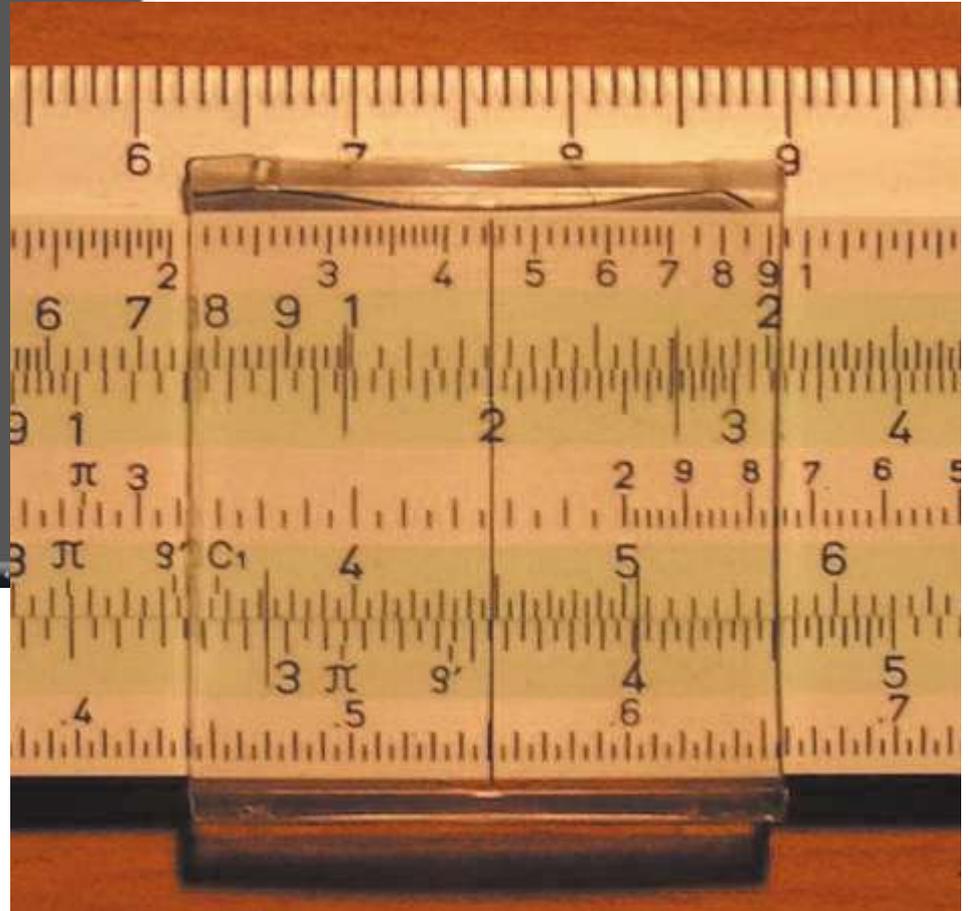
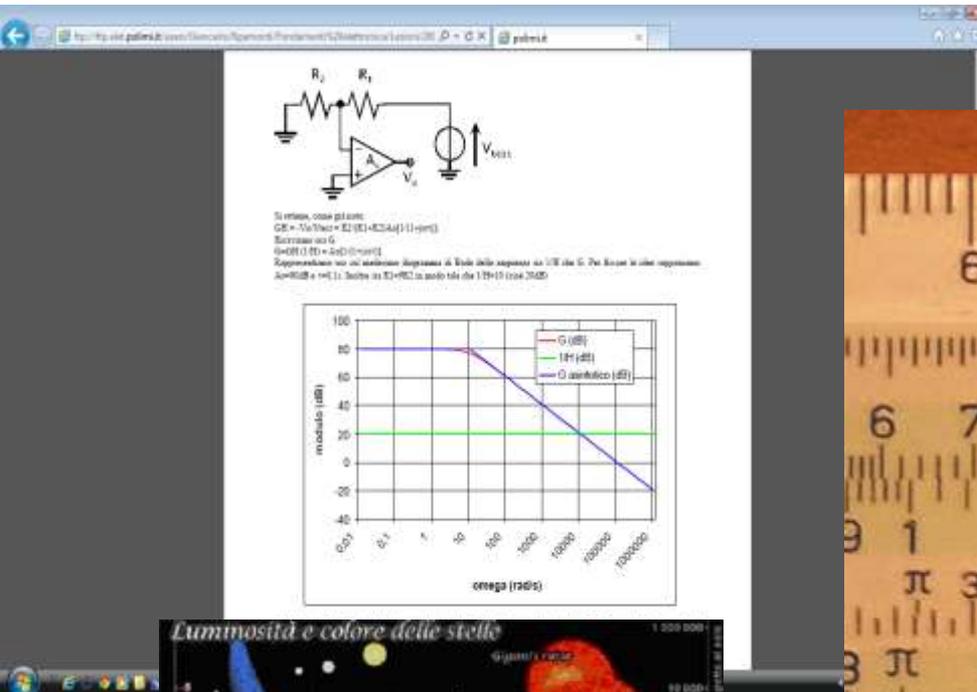


# Cambiamento di base

Il logaritmo di un numero positivo C rispetto ad una nuova base b e' uguale al rapporto fra il logaritmo di C in base b e il logaritmo di a in base b

$$\log_a C = \frac{\log_b C}{\log_b a}$$

# Misure logaritmiche



Le tavole dei logaritmi erano precise fino alla 6<sup>°</sup> cifra decimale.  
Questa precisione permetteva di fare il punto durante la navigazione , con un errore della dimensione di un brigantino (30 metri circa) dunque una precisione maggiore era inutile.



Una precisione della quinta cifra decimale corrisponde a circa un miglio nel calcolo del punto:  
con questa precisione si potevano localizzare le secche.

Qual è il Log(324)?

Ci aspettiamo che sia maggiore di 2 [che è il Log(100)] e minore di 3 [che è Log(1000)] il logaritmo di **324**

Cerchiamo **32** sulla colonna di sinistra e poi andiamo a cercare in corrispondenza della colonna **4**; troviamo 5105 che non è ovviamente il numero cercato che come già sappiamo è compreso tra 2 e 3.

	0	1	2	3	4	5
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378

$$\text{Log}(324) = \text{Log}(100 \times 3,24) = \text{Log}(100) + \text{Log}(3,24)$$

$$\text{Log}(324) = 2,5105$$

<b>SCALA MERCALLI (gradi)</b>	<b>TIPO DI SCOSSA</b>	<b>CARATTERISTICHE ED EFFETTI</b>	<b>SCALA RICHTER (magnitudo)</b>
<b>I</b>	<b>STRUMENTALE</b>	Il terremoto è registrato soltanto dagli strumenti e passa inosservato alle persone.	<b>&lt; 2,5</b>
<b>II</b>	<b>LEggerISSIMA</b>	Il terremoto viene avvertito solo da poche persone che si trovano ferme o ai piani più alti delle case. Lampadari e altri oggetti sospesi al soffitto potrebbero dondolare.	<b>2,5</b>
<b>III</b>	<b>LEggerA</b>	Il terremoto viene avvertito dalla maggior parte delle persone che si trovano in casa. Le automobili ferme potrebbero spostarsi.	<b>3</b>
<b>IV</b>	<b>MEDIOCRE</b>	È avvertita dalla maggior parte delle persone che si trovano in casa. Tremano infissi e cristalli e si hanno leggere oscillazioni di oggetti appesi. Le finestre sbattono.	<b>3,5</b>
<b>V</b>	<b>FORTE</b>	Il terremoto è avvertito da tutti, sia in casa sia all'aperto, anche da persone addormentate. Si ha la caduta di oggetti.	<b>4</b>
<b>VI</b>	<b>MOLTO FORTE</b>	Si iniziano ad avere leggere lesioni agli edifici.	<b>4,5</b>
<b>VII</b>	<b>FORTISSIMA</b>	Si hanno danni agli edifici.	<b>5</b>
<b>VIII</b>	<b>ROVINOSA</b>	Si ha la rovina parziale di qualche edificio, con qualche vittima isolata.	<b>6,5</b>
<b>IX</b>	<b>DISASTROSA</b>	Si ha la rovina totale di alcuni edifici e gravi lesioni in molti altri. Ci sono alcune vittime umane sparse, ma non numerose.	<b>7</b>
<b>X</b>	<b>DISTRUTTIVA</b>	La maggior parte degli edifici crolla, le rotaie delle ferrovie si piegano e si hanno numerose fratture nel suolo.	<b>7,5</b>
<b>XI</b>	<b>CATASTROFE</b>	Soltanto pochi edifici rimangono in piedi. Lungo le fessure si registrano notevoli "scorrimenti" del suolo. Le rotaie vengono divelte.	<b>8-8,5</b>
<b>XII</b>	<b>GRANDE CATASTROFE</b>	Distruzione di tutti gli edifici. Le onde sismiche divengono visibili. Gli oggetti vengono proiettati in aria.	<b>8,6</b>

magnitudo Richter	TNT equivalente
-1.5	6 ounces
1	30 ounces
1.5	320 pounds
2	1 ton
2.5	4.6 tons
3	29 tons
3.5	73 tons
4	1000 tons
4.5	5100 tons
5	32000 tons
5.5	80000 tons
6	1 million tons
6.5	5 million tons
7	32 milion tons
7.5	160 milion tons
8	1 billion tons
8.5	5 billion tons
9	32 bilion tons
10	1 trillion tons
12	160 trilion tons

La valutazione dell'energia liberata da un sisma è associata ad un indice, detto **magnitudo**, che si ottiene rapportando il logaritmo decimale dell'ampiezza massima di una scossa e il logaritmo di una scossa campione.

Si presume un'**oncia** di TNT esplosa sotto terra produce 640 milioni di erg di energia dell'onda sismica

**L'unità di misura di acidità è stata definita come pH:**

$$\mathbf{pH = - \log [H_3O^+]}$$

cioè il logaritmo, preso con segno negativo, della concentrazione degli ioni  $H_3O^+$  in soluzione

I chimici usano spessissimo questo operatore, soprattutto per le misure di acidità di una soluzione acquosa.

Per es., una concentrazione  $[H_3O^+] = 0,000007$  può essere più semplicemente espressa come pH:

$$\begin{aligned}\mathbf{pH} &= - \log [H_3O^+] = \\ &= - \log 7 \times 10^{-6} = \\ &= - 0,845 - (-6) = \\ &= 6 - 0,845 = 5,155\end{aligned}$$

**Il valore del pH dà un'idea immediata dell'acidità della soluzione.**

Una soluzione con alta concentrazione  $[H_3O^+]$ , cioè molto acida, avrà un pH molto basso (in particolare inferiore a 7, visto che la condizione di neutralità a 25°C di una soluzione corrisponde a 7), mentre valori di  $pH > 7$  corrispondono a soluzioni basiche



# pH: esempio

Una bibita (Coca Cola, pH 3,0)

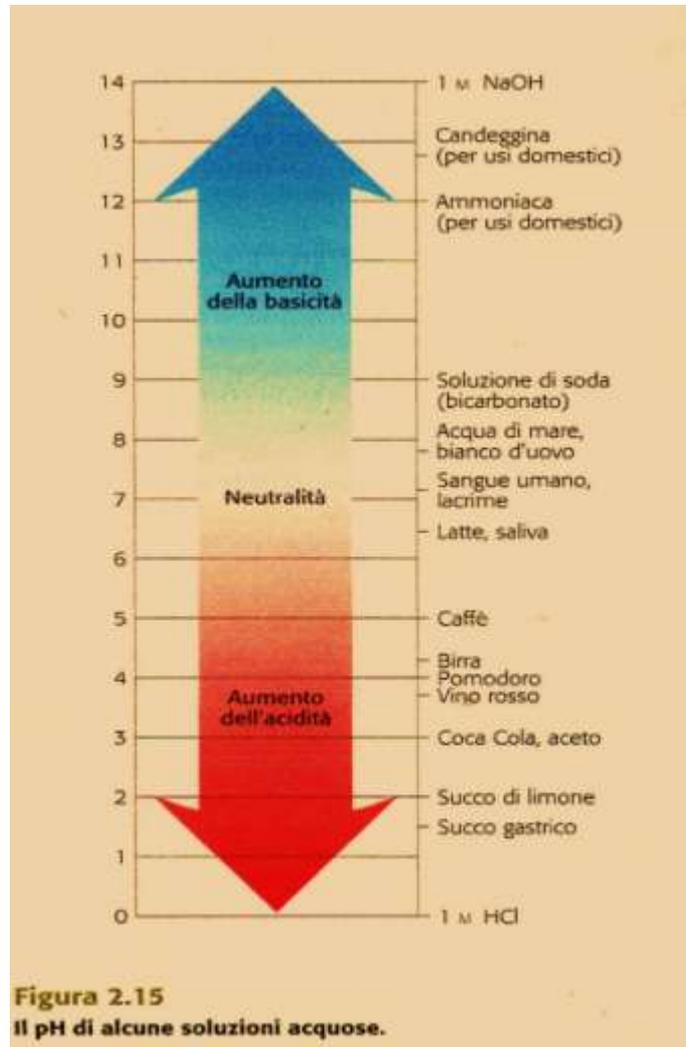
o il vino rosso (pH 3,7)

hanno concentrazioni degli ioni  $H^+$

circa 10 000 volte più alte

di quelle del sangue (pH 7,4).

# Il pH di alcune soluzioni acquose



**TABELLA 2.6** La scala del pH

[H <sup>+</sup> ] (M)	pH	[OH <sup>-</sup> ] (M)	pOH*
10 <sup>0</sup> (1)	0	10 <sup>-14</sup>	14
10 <sup>-1</sup>	1	10 <sup>-13</sup>	13
10 <sup>-2</sup>	2	10 <sup>-12</sup>	12
10 <sup>-3</sup>	3	10 <sup>-11</sup>	11
10 <sup>-4</sup>	4	10 <sup>-10</sup>	10
10 <sup>-5</sup>	5	10 <sup>-9</sup>	9
10 <sup>-6</sup>	6	10 <sup>-8</sup>	8
10 <sup>-7</sup>	7	10 <sup>-7</sup>	7
10 <sup>-8</sup>	8	10 <sup>-6</sup>	6
10 <sup>-9</sup>	9	10 <sup>-5</sup>	5
10 <sup>-10</sup>	10	10 <sup>-4</sup>	4
10 <sup>-11</sup>	11	10 <sup>-3</sup>	3
10 <sup>-12</sup>	12	10 <sup>-2</sup>	2
10 <sup>-13</sup>	13	10 <sup>-1</sup>	1
10 <sup>-14</sup>	14	10 <sup>0</sup> (1)	0

\* L'espressione pOH viene usata qualche volta per indicare la basicità, o la concentrazione di OH<sup>-</sup>, di una soluzione; il pOH viene definito dall'espressione pOH = -log [OH<sup>-</sup>], che è analoga all'espressione del pH. Notate che in tutti i casi pH + pOH = 14.



## **Controllo del pH del sangue mediante la velocità di respirazione (IPERVENTILAZIONE)**



Con l' iperventilazione la concentrazione di CO<sub>2</sub> diminuisce e il pH si alza nel sangue e nei tessuti.

Se pH < 7,4 si va in acidosi (come avviene in alcuni pazienti diabetici).



## BILANCIO OSMOTICO NELLA RANA MARINA

La rana marina cerca i granchi di cui è golosa nell' acqua salata.

La sua pelle è permeabile e l' acqua che è salata (NaCl all' 80%) modifica la concentrazione plasmatica degli ioni: la rana compensa conservando, come fanno anche gli squali, il prodotto di scarto dell' urea nelle cellule.

La relazione che lega l'intensità dello stimolo alla percezione che si ha di esso è quindi di tipo logaritmico. Ossia la **percezione** è proporzionale (secondo un fattore  $k$ ) al logaritmo dello **stimolo**.



La legge di Weber-Fechner è :  $p = k \ln S$

# Magnitudo stellare

- Quando in una eclissi il Sole è coperto per il 90% , anziché vedere un ambiente quasi completamente scuro, vediamo solamente un'intensità 10 volte inferiore a quella del Sole fuori eclisse, perché i nostri occhi hanno una risposta logaritmica.
- Pogson perciò definì una scala di magnitudini basata sulla risposta logaritmica dell'occhio: una stella di magnitudine 1 è 100 volte più luminosa di una stella di magnitudine 6.



## Valori in decibel per suoni o rumori

dB <sub>SPL</sub>	Sorgente
300	Eruzione del <a href="#">Krakatoa</a> nel <a href="#">1883</a>
250	All'interno di un <a href="#">tornado</a>
180	Razzo al decollo
140	Colpo di pistola a 1 m
130	Soglia del dolore
125	Aereo al decollo a 50 m
120	Sirena, Auto di Formula 1 in pista
110	<a href="#">Motosaga</a> a 1 m
100	Discoteca, concerto rock
90	Urlo, fischietto
80	Camion pesante a 1 m
70	Aspirapolvere a 1 m; <a href="#">radio</a> ad alto volume
60	Ufficio rumoroso, radio, conversazione
50	Ambiente domestico; <a href="#">teatro</a> a 10 m
40	Quartiere abitato, di notte
30	Sussurri a 1 m
20	Respiro umano
0	Soglia dell'udibile
-9	<a href="#">Camera anecoica</a> <sup>[1]</sup>

$$L_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{N_1}{N_2} \right) .$$

dB	Fattore approssimato
1	1.25
2	1.6
3	2
4	2.5
5	3
6	4
7	5
8	6.3
9	8
10	10

Se ad esempio abbiamo un oggetto che **augmenta** una grandezza fisica di 34dB, significa che la grandezza che otterremo alla fine sarà 2500 volte **più grande** di come era inizialmente:  
 34dB equivale a (10+10+10+4)dB, che si trasformano in un fattore (in questo caso è un fattore di moltiplicazione) di  
 $10*10*10*2.5=2500$  volte.

10 Log X	X
100	10000000000
90	1000000000
80	100000000
70	10000000
60	1000000
50	100000
40	10000
30	1000
20	100
10	10
0	1
-10	0.1
-20	0.01
-30	0.001
-40	0.0001
-50	0.00001
-60	0.000001
-70	0.0000001
-80	0.00000001
-90	0.000000001
-100	0.0000000001

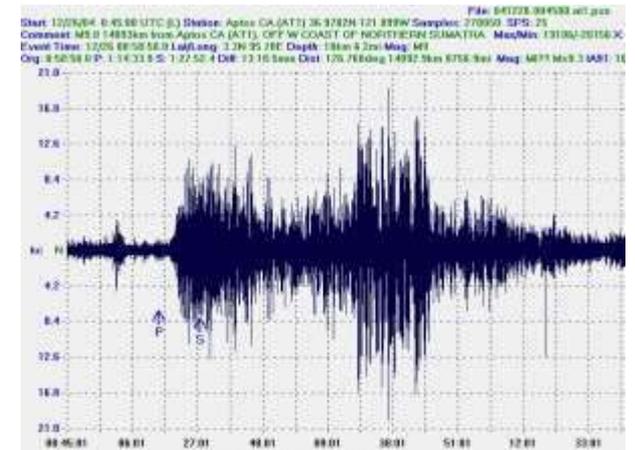
Rapporto tra dB (LogX) e il valore assoluto dell'elemento misurato



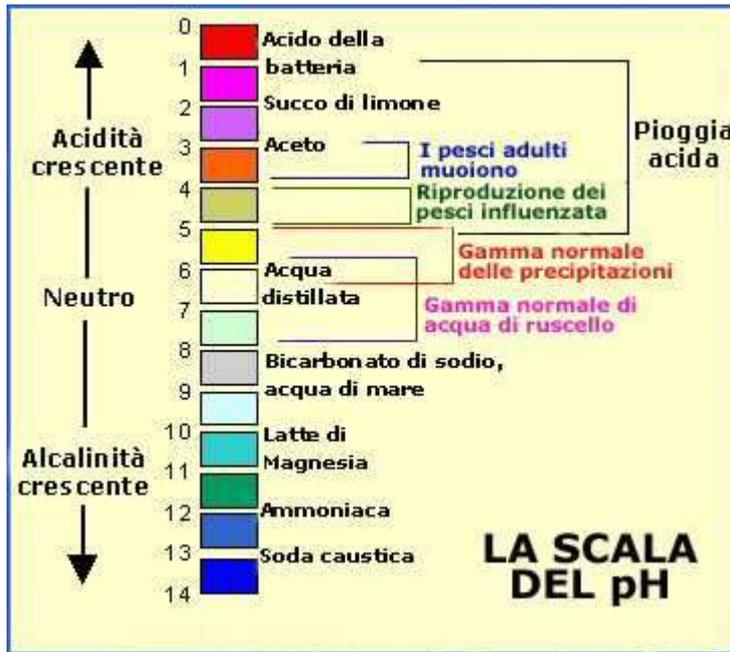
**P1030345.MOV**

Filmato

**[HTTP://213.92.103.197/AIR/CONTENUTIMULTIMEDIALI/FISICA/FSCOMMAND/UDITO/INDEX12.HTML](http://213.92.103.197/AIR/CONTENUTIMULTIMEDIALI/FISICA/FSCOMMAND/UDITO/INDEX12.HTML)**



# LOGARITMI



Prof.ssa Noemi Stivali