

PLS – 2012 Laboratorio di orientamento  
6 – Potenze: esercizi

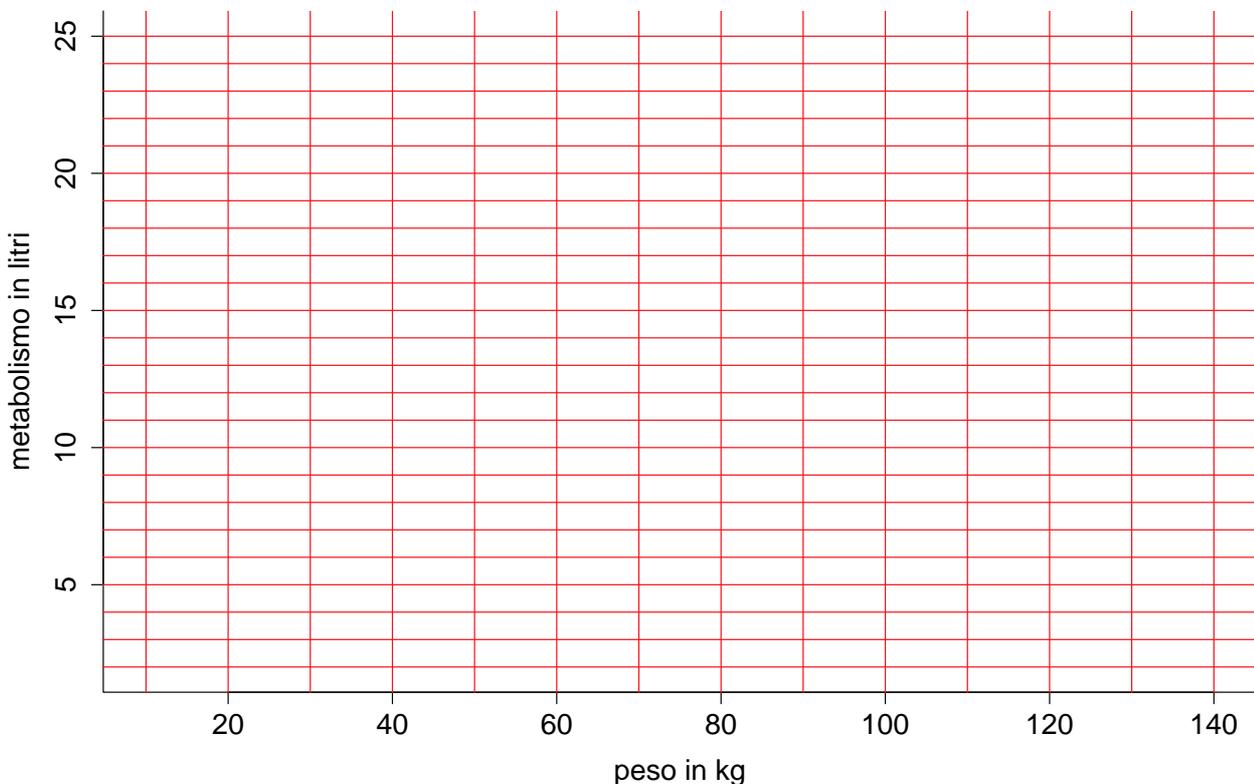
**Esercizio 1: Il metabolismo basale**

Nel 1930 il biologo Max Kleiber formulò una legge per legare il metabolismo basale di un animale (cioè il dispendio energetico a riposo) al suo peso. (Per chi vuole saperne di più, nel recente articolo su pnas White and Seymour 2003 10.1073/pnas.0436428100 viene formulata una teoria un po' differente).

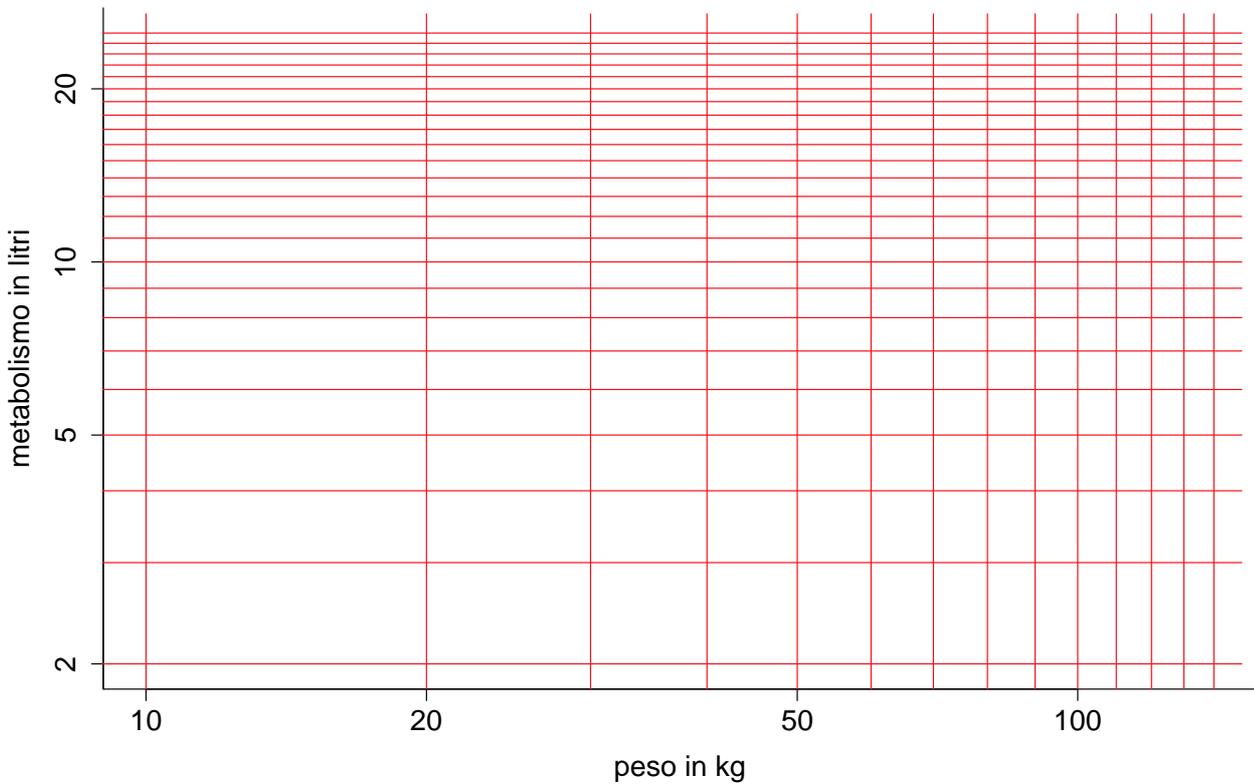
Per illustrare il lavoro di Kleiber, considera i seguenti dati relativi ad alcuni mammiferi, con il peso in kg e il metabolismo in litri di  $CO_2$  emessi in un'ora (l'emissione di  $CO_2$  è proporzionale al metabolismo cellulare).

peso	metabolismo	specie
10.000	2.687	Canis latrans
12.700	5.694	Gulo gulo
34.300	5.728	Hyaena hyaena
50.400	11.189	Panthera onca
98.000	16.954	Panthera leo
137.900	23.995	Panthera tigris

a) Rappresenta questi dati in un grafico cartesiano, con il peso in ascissa e il metabolismo in ordinata.



b) Rappresenta gli stessi dati in scala log-log.



c) Scegli i dati due animali, e determina la legge lineare che li lega nel grafico in scala log-log. Disegna questa legge nel grafico.

d) A partire dalla legge lineare trovata, determina la legge a potenza che lega il metabolismo al peso:

$$M = cB^a$$

determinando i valori di  $c$  e  $a$ . Disegna questa legge nel grafico in scala cartesiana.

## Esercizio 2: I segni delle potenze

Siano  $a$  e  $b$  due numeri reali, con  $a < b$ , e siano  $n$  e  $m$  due interi positivi. Risolvi per ogni  $a, b, n, m$  la disequazione

$$(x - a)^n (b - x)^m > 0$$

### Esercizio 3: Il grafico di $x^a$ , con $a > 0$

a) Disegna, in uno stesso piano cartesiano, e solo per  $x \geq 0$ , i grafici di  $x$ ,  $x^2$  in modo che sia ben visibile la regione  $x \in [0, 1]$

b) La funzione  $\sqrt{x}$  è l'inversa di  $x^2$ , che rapporto c'è tra i loro grafici? Usando la risposta a questa domanda, aggiungi il grafico di  $\sqrt{x}$  ai precedenti.

c) Sia  $0 < a < b$ ; per quali  $x \geq 0$  risulta

$$x^a < x^b?$$

d) Usa la risposta al punto precedente per aggiungere i grafici di  $x^3$ ,  $x^{3/2}$ ,  $x^{1/3}$ ,  $x^{2/3}$  ai grafici che hai già disegnato.