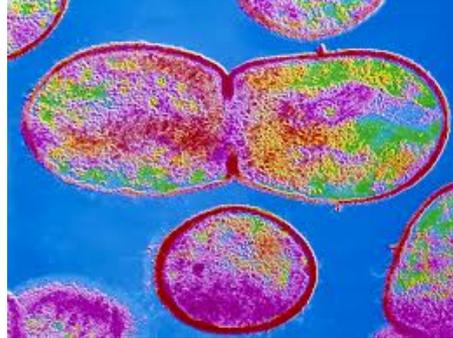


PLS – 2012 Laboratorio di orientamento  
4 – Leggi esponenziali: esercizi

**Esercizio 1: Batteri**

In esperimento sulla velocità di replicazione di alcune specie di batteri, si osserva che la numerosità di una popolazione batterica quadruplica ogni ora. All'inizio dell'esperimento ci sono 8000 batteri, dunque dopo un'ora ce ne sono 32 000. Quanti ce ne sono dopo solo mezz'ora dall'inizio dell'esperimento?



**Esercizio 2: Demografia**



La tabella seguente riporta i dati di nascite e morti in un anno, in due differenti comuni.

comune	numero di abitanti	nascite	morti
A	1000 000	21 000	19 000
B	2000 000	42 000	38 000

**a)** In accordo con questi dati, quante nascite e quante morti ti aspetteresti in un comune di 800 000 abitanti?

**b)** Quale ipotesi hai fatto per formulare la tua previsione?

**c)** Indica con  $N_0 = 1000\ 000$  il numero di abitanti del comune  $A$  nell'anno al quale si riferisce la tabella; indica con  $N_1$  il numero di abitanti nell'anno successivo. Ipotizzando che la popolazione di  $A$  vari solo per le nascite e le morti, quanto vale  $N_1$ ?

**d)** Indica con  $N_2$  il numero di abitanti del comune  $A$  dopo 2 anni. Quanto vale  $N_2$ ? Quant'è l'aumento percentuale della popolazione in due anni?

**e)** Indica in generale con  $N_k$  il numero di abitanti dopo  $k$  anni. Quanto vale  $N_k$ ?

### **Esercizio 3: Demografia teorica**

Indica con  $a$  il numero di nati in un anno in un comune di  $N$  abitanti e con  $b$  il numero di morti, e considera i rapporti  $n = a/N$ , e  $m = b/N$ .

**a)** L'anno successivo, alcuni di questi numeri saranno cambiati, altri, ragionevolmente, no. Quali?

**b)** Indica con  $N_k$  la popolazione al  $k$ -esimo anno di osservazione. In base alla risposta alla domanda precedente, scrivi una legge che ti permetta di calcolare  $N_{k+1}$  a partire da  $N_k$ , cioè di prevedere come cambia la numerosità della popolazione passando da un anno all'altro.

c) Scrivi la legge che esprime  $N_k$  in funzione del tempo  $k$  e della numerosità iniziale  $N_0$  (cioè la numerosità nell'anno iniziale dell'osservazione, che corrisponde a  $k = 0$ ).

d) Che legge hai ottenuto? Da quali parametri dipende? La funzione cresce o decresce al variare di  $k$ ?

#### Esercizio 4: Modelli esponenziali

Individua ora la legge esponenziale che meglio si adatta a ognuna delle seguenti situazioni.

##### a) Moscerini

La moltiplicazione dei moscerini della frutta, in caso di offerta illimitata di cibo, avviene in modo tale che l'aumento della popolazione è proporzionale alla popolazione stessa.

Supponendo di considerare intervalli di tempo pari a 1 giorno, sapendo che il numero di moscerini al termine del secondo giorno è di 50 e al termine del quarto è di 1250, determina la numerosità iniziale e quella dopo 10 giorni.

##### Vivere di rendita

**b<sub>1</sub>**) Un pigro quarantenne di nome Oblomov, che vive in un periodo molto felice in cui un capitale produce un interesse **mensile** dell'1%, decide di vivere di rendita. Di quanto capitale da investire ha bisogno se ritiene di poter vivere con 1000 euro al mese?

**b<sub>2</sub>**) Se avesse un capitale di 110 000 euro, quale interesse mensile gli permetterebbe di raggiungere il suo scopo?

**b<sub>3</sub>**) E se il capitale fosse di 90 000 euro?

## Piani di Risparmio

Un nonno facoltoso vuole educare un suo giovane nipote al *risparmio*. Gli regala 400 euro, e gli dice che se glieli lascia in custodia, gli garantirà lo stratosferico interesse del 10% annuo, e così farà con altri eventuali risparmi che il nipote volesse affidargli.

Il ragazzo, inoltre, riceve dal padre una paga mensile di cui mette da parte 10 euro al mese, per accumularli in un salvadanaio in vista di spese più consistenti.

**c<sub>1</sub>**) In quale dei due modi di risparmio (salvadanaio o investimento), il ragazzo ottiene più soldi in 4 anni?

**c<sub>2</sub>**) E in 6?

**c<sub>3</sub>**) E in 20?

**c<sub>4</sub>**) Visto il tasso di interesse, è sicuramente vantaggioso aggiungere i soldi del salvadanaio nelle mani del nonno; supponendo dunque che il ragazzo aggiunga a ogni fine anno i 120 euro risparmiati, come cambia il capitale  $C$  dall'anno  $k$  all'anno  $k + 1$ ?

**c<sub>5</sub>**) Sei in grado di scrivere il valore di  $C_k$  (capitale investito all'anno  $k$ ) per ogni  $k$ , sapendo che  $C_0 = 200$  euro?