

PLS – 2012 Laboratorio di orientamento

1 – Funzioni e grafici: esercizi

Esercizio 1: Epidemiologia

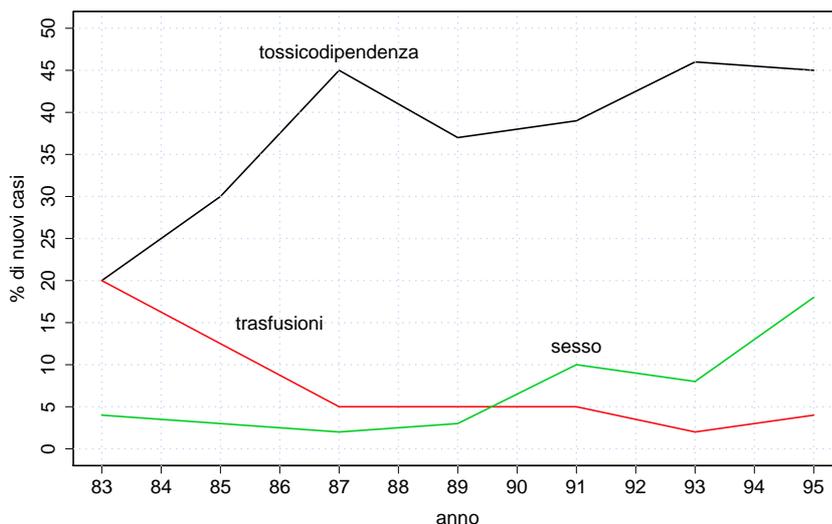
Il virus dell'epatite C, appartenente al genere Hepacivirus (da cui HCV), è stato identificato nel 1989 ed è stato riconosciuto come il principale responsabile delle epatiti che venivano precedentemente definite non-A non-B.

Come nel caso dell'HIV, il virus responsabile dell'AIDS, la caratteristica forse più importante dell'HCV è la grande variabilità della sequenza genomica, dovuta alla elevata capacità di mutare del virus. L'elevata frequenza di cronicizzazione dell'infezione (il virus sfugge al sistema immunitario dell'ospite), la grande possibilità di reinfezione, anche con ceppi virali di genotipo diverso, la non soddisfacente efficacia della terapia più diffusa (interferone) e, da ultimo, ma non per questo meno importante, la difficoltà di allestire vaccini, sono conseguenze dell'eterogeneità genica dell'HCV e della sua capacità di mutazione genetica.

La diffusione dell'HCV è elevata in tutto il mondo: si stima infatti che i portatori di questo virus siano circa 150 milioni.

Il virus si trasmette con il sangue, quindi le trasfusioni sono spesso causa di contagio, e inoltre molto esposti i tossicodipendenti, per l'abitudine dello scambio di siringhe (e per oi quali è frequente la coinfezione con l'HIV). Altre cause di infezione sono l'esposizione professionale per gli operatori sanitari (come medici, dentisti, agopunturisti) o commerciali (come tatuatori, barbieri estetisti), che possono venire in contatto con materiale infetto, e infine la trasmissione sessuale.

Abbiamo copiato da un sito in rete il seguente grafico, che riassume in percentuale le cause di trasmissione dei nuovi casi di contagio di epatite C, negli Stati Uniti, tra il 1983 al 1996.



- a) C'è una incongruenza tra la descrizione del testo e la figura, quale? È sufficiente a ritenere inaffidabile la figura?
- b) Perché la somma delle percentuali, qualunque sia l'anno, non fa 100?
- c) Spiegare perché le linee che rappresentano le percentuali di contagio sono grafici di funzione. Qual è la variabile indipendente, quale quella dipendente?
- d) I grafici di queste funzioni sono costituiti da segmenti. Per quale motivo?
- e) Dall'analisi del grafico si riconosce che la percentuale di contagi dovuti a trasfusioni ha una caratteristica che non è comune agli altri motivi di contagio: quale? Secondo te, quali sono i motivi di questo andamento?
- f) Da questi grafici si ricava quale sia la maggior causa di contagio? Quando la diffusione di questo fattore di rischio ha raggiunto il suo massimo?

g) Puoi affermare che il numero di contagiati per tossicodipendenza è diminuito tra l'87 e l'89?

h) Supponi che il numero di nuovi casi nei diversi anni sia dato dalla seguente tabella

anno	83	85	87	89	91	93	95
nuovi casi	1000	800	700	900	800	700	700

Come è variato il numero di casi dovuto a tossicodipendenza tra l'87 e l'89?

i) Il grafico di quale funzione devi studiare per osservare l'andamento del numero dei casi dovuti a trasmissione sessuale?

Esercizio 2: Andare in gita

Un gruppo di amici del liceo "Vasco Rossi" di Bologna vuole seguire, in un concerto a Roma, il cantante cui è intitolata la loro scuola. Si informano sul costo del viaggio e ottengono le seguenti informazioni:

Viaggio in treno in Freccia Rossa	Viaggio in treno con Italo	Viaggio in macchina
offerta: 78 euro A/R a pers.	offerta: 84 euro A/R a pers.	pedaggio A/R 49 euro

1. In percentuale, quanto costa in più il treno Italo rispetto al Freccia Rossa?

2. La distanza tra Bologna e Roma è di circa 380 chilometri e l'auto fa circa 12 chilometri con 1 litro di benzina (che costa 1.8 euro al litro), se si viaggia in 2 conviene il treno o l'auto? E se si viaggia in 3?

3. Visto che, per ogni persona, il costo C del viaggio in auto dipende dal numero p di persone che viaggiano, si può assumere che $C = C(p)$. Dare l'espressione della funzione $C(p)$ valida per $p \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

4. Se si viaggia in auto in 5, qual è la differenza del costo, in percentuale, con il treno Freccia Rossa?

5. Con il simbolo $[x]$ si indica la **parte intera** di x , cioè il più grande intero k tale che $k \leq x$. Per esempio $[3.4] = [3.6] = 3$, mentre $[4] = 4$.

Ipotizza di utilizzare per il viaggio solo automobili a 5 posti. Dunque se ci sono 10 viaggiatori sono sufficienti due automobili, se ce ne sono 12 ne servono 3. Utilizzando il simbolo di parte intera, scrivi l'espressione di $N(p)$, dove N è il numero di automobili necessario per trasportare p persone.

Infine, scrivi l'espressione di $C(p)$ valida per ogni $p \geq 1$.

Esercizio 3: Dipendenze funzionali

Nella tabella che segue sono elencate, su colonne, varie grandezze relative a diversi fenomeni (uno per riga). Usare le frecce \rightarrow , \leftarrow , \leftrightarrow o **“no”** per indicare quale grandezza è funzione dell'altra.

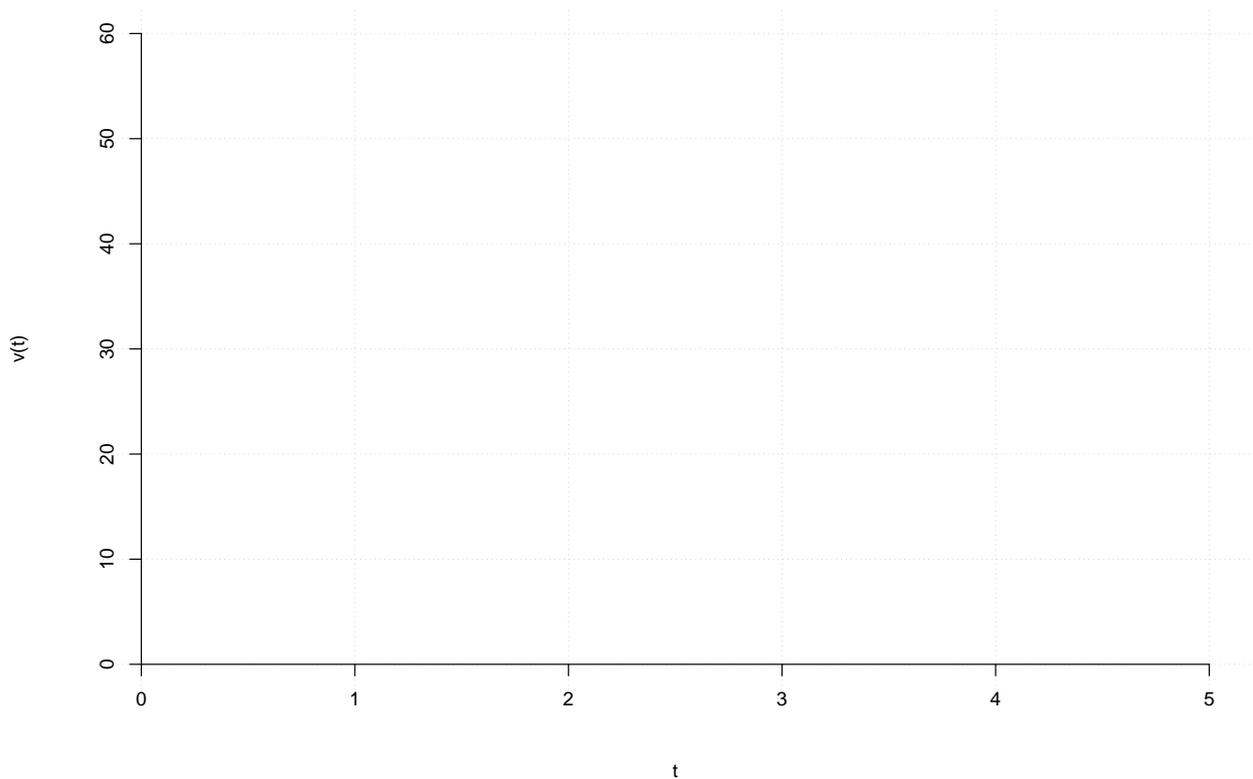
fenomeno	grandezza 1	\leftrightarrow	grandezza 2
quadrato	lato		area
elastico, di elasticità k nota	forza di richiamo		allungamento
sott'acqua	profondità		pressione
n moli di gas perfetto	temperatura		pressione
a Roma	altezza massima del Sole durante il giorno		giorno dell'anno
trasformazione isoterma	pressione		volume
un test di matematica	voto		studente
conto in banca, a interesse fissato	saldo 2012		saldo 2011
dipingere un pannello	quantità di vernice		area del pannello
corpo lanciato verso l'alto	altezza massima		velocità iniziale
corpo lanciato verso l'alto con velocità v	altezza		tempo trascorso dal lancio

Esercizio 4: Corpi in caduta

La velocità di un corpo che sta cadendo obbedisce alla legge di Galileo, che dice come cambia la velocità nel tempo:

$$v(t) = gt + v_0$$

dove v_0 è il valore iniziale della velocità (quello al tempo 0). Misurando il tempo in secondi, v in metri al secondo e approssimando il valore di g con 10 m s^{-2} , disegna il grafico di $v(t)$ nei casi in cui $v_0 = 0 \text{ m s}^{-1}$, $v_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$ e $v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$, riportando i valori del tempo t in ascissa, e i valori di $v(t)$ in ordinata.



1. Che proprietà hanno i grafici delle tre funzioni? Dai grafici si può dedurre se la velocità aumenta o diminuisce con il passar del tempo?
2. Se il corpo inizia a cadere con velocità iniziale $v_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$, dopo quanto tempo raggiunge la velocità di 55 m s^{-1} ?
3. Se il corpo inizia a cadere da fermo, dopo quanto tempo la sua velocità supera 20 m s^{-1} ?

4. Esprimere la velocità di 20 m s^{-1} in km/h .

Esercizio 5: Una funzione del tempo

In un fenomeno naturale una grandezza G varia nel tempo, misurato in ore in accordo alla legge $G(t) = 2t^2 + 1$. Quanto vale G all'istante iniziale $t = 0$? Esiste un intervallo di tempo in cui la G non supera il valore 33?

Se il tempo viene misurato in minuti T invece che in ore, quale funzione esprime T in funzione di t ? ($T(t) = ?$) Come si scrive la funzione $t(T)$ che esprime t come funzione di T ? (le ore espresse in minuti). Come si riscrive G come funzione di T ? Quanto misura in minuti l'intervallo di tempo in cui la grandezza non supera il valore 33?

Esercizio 6: Ghiacci che si sciolgono

Lo scioglimento di un cubo di ghiaccio a temperatura ambiente avviene secondo la legge

$$\ell(t) = \ell_0 - 2at$$

dove $\ell(t)$ è la lunghezza del lato al tempo t , mentre ℓ_0 è la lunghezza del lato al tempo $t = 0$, e a è un parametro positivo.

A quale istante di tempo il volume diventa $1/8$ del volume iniziale?