

Esercizio 1. Studia, al variare di r parametro reale, la funzione $x^2 - r \ln(1 + x^2)$

Esercizio 2. Studia, al variare di r parametro reale, la funzione $x^2 + r \frac{1}{1+x^2}$

Esercizio 3. Studia, al variare di r parametro reale, la funzione periodica $\cos^2 x - r \cos x$, nell'intervallo di periodicità $[0, 2\pi]$

Esercizio 4. Determina l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$ di

- a. $\sin \sin x - x$
- b. $\sin(\sin^2 x) - x^2$
- c. $\sin^2(\sin x) - x^2$
- d. $1/(1 + \sin^2 x) - 1 + x^2$

Esercizio 5. Determina lo sviluppo in serie di Taylor intorno a $x = 0$ delle funzioni

- a. xe^{-x}
- b. xe^{-x^2}
- c. $x^2 \cos x$

Esercizio 6. Supponi che $f(x)$ sia una funzione continua e derivabile, e che sia strettamente crescente in $[a, b]$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false, e perché?

- a. $f'(x) > 0$ in tutto l'intervallo $[a, b]$
- b. $f'(x) > 0$ in tutto l'intervallo (a, b)
- c. $f'(x) \geq 0$ in tutto l'intervallo $[a, b]$
- d. può esistere $x \in [a, b]$ tale che $f'(x) < 0$
- e. $f(b) \geq f(a)$
- f. se f ha uno zero in (a, b) allora $f(a) < 0$
- g. se f' ha uno zero in (a, b) allora $f(a) < 0$
- h. se f' ha uno zero in (a, b) ha uno zero in (a, b)
- i. se $f'(a) = f'(b) = 0$ allora f' ha uno zero in (a, b)

Esercizio 7. Supponi che la funzione $f(x)$ sia derivabile in x_0 , con $f'(x_0) \neq 0$. Con quale velocità $f(x) - f(x_0)$ tende a 0?

Cosa cambia se $f'(x_0) = 0$?