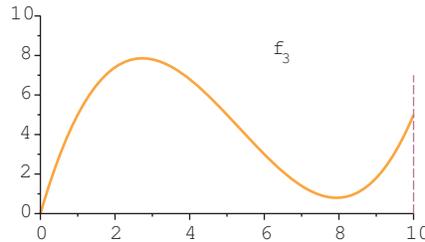


Esercizio 1. Considera il grafico della funzione  $f_3$  come in figura. Descrivilo a parole nel modo più



completo possibile.

Esercizio 2. Una funzione  $f(x)$  è definita, continua e derivabile con continuità nell'intervallo  $[-3, 3]$ , a parte  $x = \pm 2$ ; è dispari; è crescente in  $(0, 1)$ , e  $(2, 3)$ , decrescente in  $(1, 2)$ . Inoltre,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$ , vale 0 in  $x = 3$  e la derivata in 0 è 0. Disegna approssimativamente il grafico.

Esercizio 3. Studia la funzione  $f(x) = \frac{r}{r^2+x^2}$ , al variare di  $r$  parametro positivo. In particolare determina le regioni di concavità e convessità. Calcola inoltre  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ , e calcola, per ogni  $x \in \mathbb{R}$ , il limite per  $r \rightarrow 0$  della funzione.

Esercizio 4. Studia la funzione  $f(x) = (1 + r^2 x^2)e^{-x^2}$ , al variare di  $r$  parametro positivo. In particolare determina le regioni di concavità e convessità.

Esercizio 5. Studia le funzione  $f(x) = x \ln x$  e  $g(x) = x^2 \ln x$  e disegnane il grafico, determinando anche le regioni di convessità e di concavità.

Esercizio 6. Metti in ordine di velocità di divergenza per  $x \rightarrow +\infty$  le seguenti funzioni, individuando, in particolare, quelle che divergono con la stessa velocità.

- |                      |                      |                |
|----------------------|----------------------|----------------|
| a. $\ln(1 + e^x)$    | d. $\ln(1 + x^2)$    | g. $x \cosh x$ |
| b. $\ln(1 + e^{2x})$ | e. $x^2/(1 + \ln x)$ |                |
| c. $e^x$             | f. $\sinh x$         |                |

Esercizio 7. Calcola i limiti delle seguenti funzioni per  $x \rightarrow 0$ :

- |  |   |
|--|---|
| a. $\frac{\sin 3x}{x}$                 | d. $\arctan \ln x$ (per $x \rightarrow 0^+$ )   |
| b. $\frac{\sin 3x}{x-x^2}$             | e. $\ln \arctan x$ (per $x \rightarrow 0^+$ )   |
| c. $\frac{\sin \sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}}$ | f. $x \ln \arctan x$ (per $x \rightarrow 0^+$ ) |

Esercizio 8. Calcola, al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , il limite di

$$\frac{\sin x \cos x - a \sin x}{x^3}$$

Esercizio 9. Calcola

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{x^2}$$

Esercizio 10. Sviluppa intorno a  $x = 0$ , fino al terzo ordine, la funzione  $e^{\sin x}$

Esercizio 11. Sviluppa intorno a  $x = 0$ , fino al terzo ordine, la funzione  $e^{x \sin x} - e^{x^2}$

Esercizio 12. Determina, al variare di  $a > 0$

$$\int_0^{1/e} \frac{dx}{x |\ln x|^a} \quad \text{e} \quad \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^a x}$$

Esercizio 13. Quali dei seguenti integrali hanno valore finito?

a.  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{2 + \arctan x + x}$

d.  $\int_0^1 dx \frac{\sin x}{x^2}$

b.  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{3-x} dx}{2 + \arctan x + x}$

e.  $\int_0^1 dx \frac{\sin x^2}{x^4}$

c.  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{2 + \arctan x + x^2}$

Esercizio 14. L'equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

descrive una ellisse centrata nell'origine, con un asse sull'asse delle  $x$  di lunghezza  $2a$  e l'altro asse sull'asse delle  $y$  di lunghezza  $2b$ . Determinare la sua area.

Esercizio 15. Determinare l'area della regione del piano descritta dalle disuguaglianze

$$1 \leq x \leq 2 \quad x|y| \leq 1$$

Esercizio 16. Calcola

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-(x-m)^2/2}$$

Esercizio 17. Calcola

$$\int_0^{+\infty} t^2 e^{-t}$$

Esercizio 18. Calcola

$$\int dz \frac{(a+z)^3}{z(1+z+z^2)}$$