

Esercizio 1. Calcolare, usando lo sviluppo di Taylor, il primo ordine significativo per $x \rightarrow 0$ delle seguenti funzioni

- a. $\sin x^2$
- b. $\sin x^2 - x^2$
- c. $\arctan(2x) - 2x$
- d. $x \sin x - 2 \cos x - 2$
- e. $\ln(1 + \log(1 + x))$
- f. $e^{\sin x} - x - 1$

Esercizio 2. Calcola il limite per $x \rightarrow 0$ delle seguenti funzioni

- a. $\frac{\sin x^2}{\sqrt{1+x^2}-1}$
- b. $\frac{\sqrt{1+x}-1-x}{\sqrt{1+x^2}-1}$
- c. $\frac{\sin \sin x^2}{x}$

Esercizio 3. Usando lo sviluppo in serie di Taylor

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{+\infty} x^k$$

scrivere gli sviluppi di

$$\frac{1}{1+x}, \quad \frac{1}{1-x^2}, \quad \frac{x}{1+x}$$

Esercizio 4. Determinare i primi tre termini dello sviluppo in serie di Taylor della funzione $\sqrt[3]{1+x}$.

Usare questo sviluppo per calcolare

$$\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{8+1} = \sqrt[3]{8(1+1/8)} = 2\sqrt[3]{1+1/8}$$

Confrontare il risultato con il valore esatto $\sqrt[3]{9}$ (calcolato mediante una calcolatrice).