Corso di laurea in *Ingegneria Edile Architettura*, a.a. 2013/14

Analisi Matematica I (D. Benedetto, M.A. Pozio)

Scheda 9 – 28 febbraio 2014

Esercizio 1. Disegnare il grafico di una funzione f che corrisponda a questa descrizione: è definita per $x \neq 0$, per $x \to -\infty$ diverge come $-\log(|x|)$, ha un solo massimo per $x < 0$ e nessun minimo, e per $x \to 0^-$ tende a 0 con tangente -1. A destra di x ha un solo minimo e nessun massimo, ha l'asse x come asintoto orizzontale, e l'asse y come asintoto verticale.

Esercizio 2. Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = \frac{1}{1+e^{-\alpha x}}$.
Che funzione si ottiene nel limite $\alpha \to 0$? E nel limite $\alpha \to +\infty$?

Esercizio 3. Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = x^4 - \alpha x^2$

Esercizio 4. In questo esercizio dimostreremo che $\lim_{x\to+\infty} x^a e^{-bx} = 0$ qualunque siano a e b positivi.
Sia $f(x) = x^a e^{-bx}$ che considereremo solo per $x > 0$, con $a > 0$ e $b > 0$.

a. mostrare che f è positiva e vale in 0 in 0

b. calcolare la derivata

c. mostrare che f ha un solo massimo a destra dell'origine

d. concludere che per $x \geq 0$, vale $x^a e^{-bx} \leq C_{a,b}$, dove $C_{a,b}$ è una costante positiva che dipende da a e b

e. mostrare che qualunque sia ε con $0 < \varepsilon < b$ vale

$$x^a e^{-bx} \leq C_{a,\varepsilon} e^{-(b-\varepsilon)x}$$

f. dedurne la tesi