Corso di laurea in *Ingegneria Edile Architettura*, a.a. 2013/14

Analisi Matematica I (D. Benedetto, M.A. Pozio)

PROGRAMMA

AA 2013/14

Gli argomenti del corso sono trattati in ogni buon testo universitario di Analisi Matematica I. Tra gli altri si suggerisce:
MS Marcellini P., Sbordone C.: *Analisi Matematica uno*, Liguori Ed..

Il programma d'esame comprende tutti gli argomenti svolti durante il corso. Dopo ogni sezione sono indicate le parti del libro di riferimento su cui si trovano quegli argomenti. Gli studenti sono pregati di segnalare eventuali discordanze tra il programma svolto e quello qui indicato. Vedere anche il file con gli esempi di domande d'esame.

1. Introduzione ai numeri reali e alle funzioni

1.1. Notazioni, insiemi numerici $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e relative proprietà. I numeri reali $\mathbb{R}$ e relative proprietà. Maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore e inferiore di insiemi limitati non vuoti (l'esistenza dell'estremo superiore è stato da noi assunto come assioma dei reali al posto dell'assioma di completezza che non viene da noi studiato. Quindi nel §13 il Teorema di Esistenza dell'Estremo Superiore è una proprietà che assumiamo vera nei reali e quindi non dobbiamo dimostrare). Modulo e distanza.

1.2. Nozioni di calcolo combinatorio: disposizioni, combinazioni, permutazioni. Coefficienti binomiali e loro proprieà. Potenza di un binomio (senza dim.).

1.3. Funzioni: dominio, insieme immagine, monotonia, simmetrie, funzioni composte. Funzioni iniettive, suriettive, biettive o invertibili. Funzioni elementari e funzioni inverse, in particolare x^n, $\exp(\mathrm{x})$, $\ln(x)$, $[x]$, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $|x|$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$ e, per quelle invertibili, relazione tra il grafico della funzione e quello dell'inversa.

1.4. Maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore e inferiore di funzioni.

Sul testo **MS***: Cap. 1, §1–10. Cap. 2, §13–16.*

2. Successioni

2.1. Successioni, limiti di successioni, limitatezza delle successioni convergenti. Proprietà dei limiti.

2.2. Successioni monotone e loro regolarità. Il numero e di Nepero (senza dim.).

2.3. Limiti notevoli. Forme indeterminate e confronti tra infinitesimi o tra infiniti.

Sul testo **MS** *Cap. 11, §22–33, eccettuato il §32 e senza il criterio del rapporto del §33.*

3. Serie

3.1. Serie convergenti, divergenti, indeterminate. Criterio necessario di convergenza.

3.2. Serie geometrica, serie armonica e armonica generalizzata.

3.3. Teorema del confronto e criterio del confronto asintotico (dimostrazione facoltativa) e del rapporto per serie a termini positivi.

3.4. Serie assolutamente convergenti (dimostrazione facoltativa). Criterio di Leibniz per le serie a segno alterno.

Sul testo **MS** *Cap. 11, §104-110, eccettuato §107. Non è stato studiato il criterio di Cauchy (§104). Il criterio del confronto asintotico è contenuto tra il materiale dato in rete insieme agli esercizi per la prima parte del corso.*

Dimostrazione facoltativa che la serie armonica $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ *diverge, quella armonica generalizzata* $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^\alpha}$ *diverge per* $\alpha \leq 1$ *e converge per* $\alpha > 1$ *(per* $\alpha \leq 1$ *il risultato è stato dimostrato a lezione per confronto con la serie armonica, per* $\alpha \geq 2$ *per confronto con la serie di Mengoli del §104, quindi applicando il criterio del confronto del §108).*

4. Limiti di funzioni e continuità

4.1. Limiti di funzioni in un punto (anche limite destro e sinistro) e all'infinito. Relazione tra limiti di funzioni e di successioni. Proprietà dei limiti.

4.2. Funzioni continue. Esempi di discontinuità.

4.3. Teoremi sulle funzioni continue su intervalli chiusi e limitati: teorema di esistenza dei valori intermedi e degli zeri (con dimostrazione), Teorema di Weierstrass sull'esistenza del massimo e del minimo su intervalli chiusi e limitati (senza dimostrazione).

Sul testo **MS***: Cap. 4, §40–48, conoscere le definizioni e it teoremi, senza le dimostrazioni. E' richiesta solo la dimostrazione del Teorema di esistenza degli zeri e di quello dei valori intermedi.*

5. Derivate

5.1. Definizione di derivata, suo significato geometrico. Retta tangente.

5.2. Derivate delle funzioni elementari, regole di derivazione, in particolare derivate delle funzioni composte e inverse.

5.3. Teoremi di Rolle e Lagrange (con dimostrazioni), Teorema di Cauchy (solo enunciato); Teorema di Fermat e teoremi sulla monotonia di funzioni derivabili (con dimostrazione).

5.4. Massimi e minimi relativi e assoluti.

5.5. Derivate successive. Funzioni concave o convesse in un intervallo e punti di flesso.

5.6. Studio del grafico di una funzione. Asintoti.

Sul testo **MS***: Cap. 5, §52–58 (del §57 non sono richieste le ultime 3 pagine, cioè 191, 192, 193); Cap. 6, §60–61, §62 ma senza il criterio di monotonia stretta di pag. 213; §63 senza la dimostrazione che la postività della derivata implica la concavità verso l'alto; per questo argomento usare come motivazione lo sviluppo di Taylor al secondo ordine; §64, §65 senza asintoti obliqui.*

6. Ordini di infinitesimo e infinito. Formula di Taylor

6.1. Ordini di infinitesimo e di infinito.
6.2. Teorema di l'Hospital.
6.3. Formula di Taylor con resto di Peano.
6.4. Calcolo della formula di Taylor per le funzioni elementari e applicazioni al calcolo di limiti.

Sul testo **MS***: Cap. 6: §66 ma senza il criterio per i punti di massimo e minimo di pag. 230; Appendice: §98-99.*

7. Integrale di Riemann e sue proprietà

7.1. Somme integrali e integrale di funzioni limitate, quando integrabili secondo Riemann.
7.2. Proprietà dell'integrale e Teorema della media. Funzioni integrali.
7.3. Funzioni primitive. Teorema fondamentale del calcolo integrale (o di Torricelli – Barrow) e sue applicazioni.

Sul testo **MS***: Cap. 8: §79 e somme di Cauchy, da appunti di lezione, e semza pagg. 307 e 308; §80, §82 ma solo enunciato dell'integrabilità delle funzioni continue; §83-84.*

8. Integrali indefiniti e definiti

8.1. Integrali elementari.
8.2. Integrazione per sostituzione e per parti.
8.3. Integrazione di funzioni razionali.
8.4. Calcolo di aree.

Sul testo **MS***: §86-93; §95 e §96 fino a pag. 352.*

9. Numeri complessi

9.1. Definizioni. Proprietà dei numeri complessi. Modulo di un numero complesso, significato geometrico di somma e prodotto di numeri complessi. Rappresentazione geometrica dei numeri complessi.
9.2. Radici dei numeri complessi. Esponenziale: formula di Eulero (rappresentazione trigonometrica). Logaritmo di un numero complesso.

Sul testo **MS** *questo argomento non è praticamente trattato. Si veda Bramanti-Pagani-Salza:* **Matematica: calcolo infinitesimale e algebra lineare***, Zanichelli, Cap. 1 §8 e Cap. 5 §6. Per l'esponenziale complesso date anche un'occhiata alla dimostrazione della formula di Eulero mediante serie di Taylor alla pagina*
`http://it.wikipedia.org/wiki/Formula_di_Eulero`