

Istituzioni di Fisica Matematica 2022 - Programma medio/completo

28 maggio 2023

Come guida all'orale, qui trovate gli argomenti divisi in **programma medio**, **programma completo**. Lo scopo di questa distinzione è preparare un percorso di studio con una sua coerenza, per chi di voi, per una qualche ragione, investirà meno risorse nella preparazione di questo esame.

Chiarisco la distinzione tra le varianti del programma.

- Mostrare incompetenza sui punti principali del programma medio non consente di superare l'esame.
- Il **programma medio** contiene gli argomenti essenziali al raggiungimento degli obiettivi del corso, e alcuni altri argomenti di maggiore complessità. Una buona conoscenza degli argomenti del programma medio garantisce il superamento dell'esame con una votazione intorno al 25.
- Il **programma completo** contiene tutti gli **argomenti del programma medio**, più alcuni **argomenti più complessi**.

Indice

Meccanica hamiltoniana	2
Teorie cinetiche	3
Spazi di Hilbert	4
Problemi di Sturm-Liouville	5
Qubit	6

Meccanica hamiltoniana

Fonti: dispense h22

- 1 Flussi e campi vettoriali. L'equazione di Liouville e l'equazione del trasporto associate a un flusso. Push-forward di una misura.
- 2 Metodo delle caratteristiche per le EDP del primo ordine. L'equazione di Hamilton-Jacobi e le equazioni di Hamilton
- 3 Principio variazionale per le equazioni di Hamilton. La trasformata di Legendre e il legame con i sistemi lagrangiani.
- 4 Proprietà dei sistemi hamiltoniani
- 5 Trasformazioni canoniche, trasformazioni simplettiche, matrici simplettiche.
- 6 Parentesi di Poisson.
- 7 Commutatori di operatori e di campi. Commutazione dei flussi.
- 8 Teorema di Noether per sistemi hamiltoniani.
- 9 Funzioni generatrici.
- 10 Metodo di Hamilton-Jacobi
- 11 Teorema di integrabilità locale di Liouville [solo enunciato] [dimostrazione]
- 12 Teorema di integrabilità globale di Arnold-Liouville. [solo enunciato] [dimostrazione]
- 13 Variabili azione-angolo.
- 14 Moti quasi periodici sul toro; ergodicità.
- 15 Teoremi del ritorno di Poincaré.

Introduzione alle teorie cinetiche [k21]

Fonti: dispense k22

- 1 L'equazione di Liouville per N particelle e la gerarchia BBGKY in interazione di coppia
- 2 Il limite di campo medio e l'equazione di campo medio (formale)
- 3 Altri modelli di interazione di coppia.
- 4 Il problema di Monge-Kantorovich
- 5 Dualità per W_1
- 6 W_1 e la distanza 1-lipschitziana
- 7 Formulazione debole dell'equazione di Vlasov
- 8 Esistenza e unicità di soluzioni deboli dell'equazione di Vlasov
- 9 Il limite di campo medio secondo Dobrushin.
- 10 Urto elastico di sfere
- 8 L'equazione di Liouville per sfere dure, con le condizioni al contorno come sorgenti.
[enunciato][dimostrazione]
- 9 Il limite di bassa densità e l'equazione di Boltzmann
- 10 Interpretazione dell'equazione di Boltzmann
- 11 Caso omogeneo: teorema H e equilibri
- 12 Da Boltzmann all'idrodinamica: l'equazione di continuità, l'equazione di bilancio del momento e dell'energia intorno agli equilibri locali

Spazi di Hilbert

Fonti: dispense ifm21, cap. 2

- 1 Spazi di Hilbert reali e complessi. Esempi $L^2(\Omega, \mathbb{R})$, $L^2(\Omega, \mathbb{C})$, con Ω dominio di \mathbb{R}^n , $l_2(\mathbb{N}, \mathbb{R})$, $l_2(\mathbb{Z}, \mathbb{C})$. Spazi L^2 con pesi.
- 2 Sottospazi lineari chiusi e non. Ortogonale di un sottospazio.
- 3 Teorema della proiezione (solo enunciato)
- 4 Sistemi ortonormali, disuguaglianza di Bessel; spazi separabili e sistemi ortonormali completi (basi). Identità di Parseval. Basi in spazi prodotto (enunciato)
- 5 Ortogonalizzazione di Gramm-Schmidt, esistenza di basi in spazi separabili.
- 6 Base di Fourier.
- 7 Completezza della base di Fourier.

Polinomi ortogonali e problemi di Sturm-Liouville

Fonti: dispense ifm22 cap. 1, 3, 4, 5

- 1 La lagrangiana per una corda vibrante non omogenea
- 2 Polinomi di Legendre (con dettagli)
- 3 Funzioni generalizzate di Legendre
- 4 Polinomi di Tchebyshev, solo definizione
- 5 Polinomi di Hermite, solo definizione.
- 6 Il laplaciano in coordinate sferiche
- 7 L'operatore di Laplace-Beltrami per la superficie della sfera
- 8 Armoniche sferiche e polinomi armonici.

Qubit

Fonti: dispense q22

- 1 Operatori limitati e norma di un operatore, continuità e limitatezza. Esempi: isometrie, proiettori.
- 2 Il duale di uno spazio di Hilbert e il teorema di rappresentazione di Riesz (enunciato)
- 3 Operatore aggiunto.
- 4 Stati quantistici in \mathbb{C}^2 ; probabilità e osservabili
- 5 Le matrici di Pauli; struttura degli operatori autoaggiunti; spin nella direzione n
- 6 Esempi di sistemi quantistici in \mathbb{C}^2 : spin
- 7 Prodotto tensore di spazi di Hilbert; esempi
- 8 Due qubit: base di Bell, stati di singoletto e di tripletto
- 9 Matrici densità.
- 10 Stati puri, miscele. Tracce parziali. L'esempio del singoletto
- 10 Dinamica di stati quantistici e di matrici densità
- 11 Cenni di crittografia quantistica
- 12 Cenni di computazione quantistica