

## Scritto di IFM - seconda parte - 19 luglio 2019

### Esercizio 1.

Sia  $T$  l'operatore da  $L^2(\mathbb{R}^+)$  in sé definito da

$$Tf(x) = \int_0^{+\infty} \left( e^{-x-y/4} + e^{-x/4-y} \right) f(y) dy$$

- a.  $T$  è autoaggiunto?
- b. Mostra che  $T$  è di rango finito.
- c. Trova gli autovalori e le autofunzioni di  $T$ .
- d. Risolvi al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  l'equazione

$$\lambda f(x) - Tf(x) = -2e^{-x} + e^{-x/4}$$

- e. Trova la norma di  $T$ .