

IFM - foglio esercizi eq. calore - 28 marzo

Esercizi sull'equazione del calore

Esercizio 1.

Risolvere in serie di Fourier l'equazione del calore nell'intervallo $[0, \pi]$, con condizioni di Neumann omogenee, e dato iniziale $u_0(x)$ assegnato.

Discutere il comportamento asintotico.

Esercizio 2.

Risolvere l'equazione del calore in $[0, 2\pi]$, con condizioni periodiche al contorno, e dato iniziale $u_0(x) = A_0 + A_1 \cos(mx)$, con m intero positivo.

Discutere il comportamento asintotico.

Esercizio 3.

Determinare tutti i polinomi di grado al massimo due in x e t che risolvono l'equazione del calore sulla retta.

Esercizio 4.

Risolvere l'equazione del calore in $[0, \pi]$, con condizioni al bordo $u(0, t) = a$ e $u(1, t) = b$ e dato iniziale nullo. (suggerimento: sottrarre a u una soluzione dell'equazione del calore che renda nullo il dato al bordo).

Determinare il comportamento asintotico.

Esercizio 5.

Risolvere l'equazione del calore in $[0, 1]$, con condizioni al bordo $\partial_x u(0, t) = a$ e $\partial_x u(1, t) = a$ e dato iniziale nullo. (suggerimento: sottrarre a u una soluzione dell'equazione del calore che renda nullo il dato al bordo).

Determinare il comportamento asintotico.

Esercizio 6.

Risolvere l'equazione $\partial_t u = \nu \partial_x^2 u + q\delta(x - \pi/2)$ in $[0, \pi]$, con condizione di Dirichlet omogenee.

Determinare il comportamento asintotico della soluzione per $t \rightarrow +\infty$.