

Canale Benedetto - Programma minimo

24 maggio 2019

Programma minimo. Rispetto al programma completo mancano alcuni interi argomenti, e di alcuni argomenti più complessi viene richiesta la conoscenza dei risultati, senza le dimostrazioni.

Indice

Meccanica hamiltoniana	2
Spazi di Hilbert	3
Problemi di Sturm-Liouville	4
Operatori lineari	5
Operatori compatti	6
Teoria del potenziale	7

Meccanica hamiltoniana [h18]

- 1 Richiami sulle lagrangiane. Impulsi. L'hamiltoniana e le equazioni di Hamilton.
- 2 Esempi, il moto centrale piano.
- 3 Le variabili cicliche nei sistemi hamiltoniani.
- 4 Trasformazioni canoniche. Trasformazioni simplettiche. Matrici simplettiche.
- 5 Parentesi di Poisson e loro invarianza per trasformazioni simplettiche.
- 6 Le regole di commutazione canonica.
- 7 Parentesi di Poisson e integrali primi.
- 8 Proprietà delle parentesi di Poisson.
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13 Teorema del ritorno di Poincaré: formulazione per insiemi di misura positiva.
- 14
- 15 Condizione di simpletticità attraverso la forma $p dq - P dQ$.
- 16 Trasformazioni simplettiche dipendenti dal tempo.
- 17 Funzioni generatrici.
- 18
- 19 Equazione di Hamilton-Jacobi.
- 20 Sistemi integrabili. Teorema di Liouville (solo enunciato)
- 21 Teorema di Arnold-Liouville e variabili azione-angolo (solo enunciato)

Spazi di Hilbert [ifm18, cap. 2]

- 1 Spazi di Hilbert reali e complessi. Esempi $L^2(\Omega, \mathbb{R})$, $L^2(\Omega, \mathbb{C})$, con Ω dominio di \mathbb{R}^n , $l_2(\mathbb{N}, \mathbb{R})$, $l_2(\mathbb{Z}, \mathbb{C})$. Spazi L^2 con pesi - [ifm18] 2.1
- 2 Sottospazi lineari chiusi e non. Ortogonale di un sottospazio.
- 3 Identità del parallelogramma e Teorema della proiezione in spazi di Hilber complessi.
- 4 Sistemi ortonormali, disuguaglianza di Bessel; spazi separabili e sistemi ortonormali completi (basi), Identità di Parseval. Basi in spazi prodotto (enunciato).
- 5 Ortogonalizzazione di Gramm-Schmidt, esistenza di basi in spazi separabili.
- 6 Base di Fourier.
- 7
- 8

Problemi di Sturm-Liouville [ifm18 cap. 1, 3, 4, 5]

1 Polinomi di Legendre

2

3

4 Polinomi di Hermite

5

6

7

Operatori lineari [ifm18 cap 6, 7, 8]

- 1 Operatori limitati e norma di un operatore, continuità e limitatezza. Estensione di operatori limitati definiti su sottospazi densi. Decomposizione di H attraverso immagine e nucleo. Esempi: isometrie e proiettori e loro norme. Isometria con ℓ_2 degli spazi di Hilbert separabili.
- 2
- 3
- 4
- 5 Il duale di uno spazio di Hilbert e il teorema di rappresentazione di Riesz.
- 6 Operatore aggiunto e sue proprietà.
- 7 Operatori di moltiplicazione - condizioni di limitatezza
- 8 Operatori di integrali - condizioni di limitatezza
- 9 Operatori di convoluzione - condizioni di limitatezza
- 10 L'operatore di shift in $l_2(\mathbb{N}, \mathbb{R})$, il suo aggiunto, immagine e nucleo.

Operatori compatti [ifm 18, cap. 9, 10, 14]

- 1 Operatori di rango finito. Teorema dell'alternativa per operatori di rango finito.
- 2 Serie di Neumann e teoremi dell'alternativa per perturbazioni piccole di operatori di rango finito.
- 3 Esempi di precompatti in spazi di Hilbert. Convergenza debole di successioni, esempi e proprietà. Precompattanza debole dei limitati in H separabile (enunciati).
- 4 Convergenza debole e forte di operatori.
- 5 Operatori compatti.
- 6 Teorema dell'alternativa per operatori compatti
- 7 Risolvente e spettro per operatori.
- 8 Proprietà del risolvente.
- 9 Teorema spettrale per operatori compatti autoaggiunti.

Potenziali di volume, singolo e doppio strato [ifm18 cap. 12]

- 1 Funzione di Green per il problema di Poisson, potenziale di volume. Regolarità C^1
- 2 Regolarità $C^{2+\alpha}$ - solo enunciato
- 3 Andamento asintotico. Campo di dipolo.
- 4 Definizione dei potenziali di singolo e doppio strato. La terza identità di Green per funzioni regolari e il Lemma di Gauss
- 5 Discontinuità del potenziale di doppio strato e continuità della sua derivata normale, discontinuità della derivata normale del potenziale di singolo strato, nel caso di densità regolari.
- 6 Proprietà del potenziale di doppio strato come operatore: limitatezza in L^∞ e in L^2 , compattezza.
- 7 Risultati di regolarità nel caso di densità meno regolari: solo enunciato.
- 8
- 9
- 10 Risoluzione del problema di Laplace-Dirichlet nel caso generale.
- 11 Risoluzione del problema di Laplace-Neumann interno.
- 12 Distribuzione delle cariche su un conduttore.
- 13 Introduzione ai problemi di Poisson-Dirichlet e Poisson-Neumann.