Indice

Come vi avevo anticipato, quest'anno voglio sperimentare una divisione del programma in fasce di difficoltà e ampiezza. Lo scopo è preparare un percorso di studio per chi di voi, per una qualche ragione, investirà poche risorse sulla preparazione dell'esame.

Il **programma minimo** contiene l'introduzione indispensabile alle equazioni della fisica-matematica. Una buona conoscenza di questi argomenti garantisce il superamento dell'esame, con una votazione sostanzialmente minima.

Il **programma ampio** è un programma abbastanza completo, senza alcuni degli argomenti più complessi e avanzati. Una buona conoscenza di questi argomenti garantisce il superamento dell'esame con una buona votazione.

Il **programma completo** è un programma completo.

Testi e fonti

FM note di Fisica Matematica di Butta'

SD note di Sistemi Dinamici di Butta' e Negrini

NA note aggiuntive (miei appunti sul corso) note_15

H miei appunti sulle hamiltoniane

K Kolmogorov, Fomin: "Elementi di teoria delle funzioni e di analisi funzionale".

SCH L. Schwartz: Theorie des distributions (SOLO per chi vuole approfondire la teoria delle distribuzioni)

Trovate FM e SD sulle pagine web del professor Buttà,
Trovate NA, H, e il diario delle lezioni di quest'anno sulle mie pagine web.
Se necessario, consiglio l'uso dei testi di Meccanica: Butta'-Negrini, Esposito, Olivieri

Per i dettagli su ogni argomento, *vedi* il diario.

Programma minimo: formalismo hamiltoniano e equazione di Liouville

1.
2.
3. **Definizione del flusso e sue proprietà ([FM 2.1], vedi anche [SD 1]). EDO per la matrice jacobiana del flusso Equazione per il determinate jacobiano**
4.
5.
6. **Equazione di Liouville e la sua soluzione [NA].**
7. **L'equazione del trasporto lineare e la sua soluzione.**

Programma minimo: onde in una dimensione

8. **Catene di oscillatori come modello microscopico per il moto della corda vibrante; lagrangiana per la corda vibrante come limite della lagrangiana della catena di oscillatori.**
9. **Principio di Hamilton per la lagrangiana della corda vibrante e derivazione macroscopia da principio variazionale [FM 3.2.1].**
10. **Condizioni di tipo Dirichlet e di tipo Neumann, omogenee e non, loro significato fisico.**
11. **L'equazione delle onde in $\mathbb{R}$, onde progressive e regressive, struttura delle soluzioni.**
12. **Formula di D'Alembert, significati dei vari termini.**
13. **Sovrapposizione. Cono di influenza e cono di dipendenza.**
14.
15. **Costruzione delle soluzioni con il metodo delle riflessioni.**
16. **Distribuzioni, la delta di Dirac [NA, SCH]**
17.
18. **Derivata della funzione caratteristica. Derivata della delta [NA, SCH]**
19.
20. **Onde stazionarie: frequenza fondamentale e armoniche.**
21. **La serie di Fourier, richiami sulla convergenza puntuale.**
22. **Prodotto scalare in $L^2([-\pi,\pi],\mathbb{C})$. [K]**
23.
24.
25. **L'uguaglianza di Parseval. [K cap. III par. 4 e K cap VIII par. 1].**
26. **La lagrangiana delle onde in serie di Fourier: disaccoppiamento dei modi.**
27.
28.
29.
30. **La soluzione del problema di Cauchy per l'equazione delle onde in trasformata di Fourier.**
31.

Programma minimo: onde in più dimensioni

32. **Dalle equazioni di Maxwell alle onde elettromagnetiche [testi di fisica II, vedi anche**

    `https://it.wikipedia.org/wiki/Radiazione_elettromagnetica#Derivazione`

33.

34. **Conservazione dell'energia.**

35. **Teorema di unicità per soluzioni C^2 nei domini.**

36.

37. **La funzione di Green per l'equazione delle onde. Convoluzione.**

38. **La costruzione della funzione di Green in $\mathbb{R}^3$. Verifica.**

39.

40.

41. **La funzione di Green in $\mathbb{R}^2$ con il "metodo della discesa".**

42.

43. **Autofunzioni del laplaciano sul toro bidimensionale e sui quadrati con condizioni di Dirichlet nulle al bordo. Anarmonicità dei tamburi quadrati.**

Programma minimo: equazione di Laplace e di Poisson

44. **Il problema di Laplace come equazione dell'equilibrio per l'equazione delle onde, e relativo problema variazionale.**

45. **L'equazione di Poisson e la determinazione del potenziale elettrostatico.**

46. **La funzione di Green in $\mathbb{R}^n$ attraverso il teorema di Gauss.**

47.

48.

49. **Le identità di Green (vedi anche [NA])**

50.

51. **Formula di rappresentazione delle funzioni armoniche.**

52.

53. **I e II teorema della media.**

54. **Principio del massimo.**

55. **Conseguenze del principio del massimo; unicità per Lapalce/Poisson Dirichlet nel caso di sola continuità fino al bordo.**

56.

57.

58.

59.

60.

61.

62.

63.

64. **La funzione di Green per i problemi nei domini limitati.**

65.

66.

67. **Metodo della carica immagine per il semispazio. Funzione di Green per il semipiano. Caso delle condizioni di Neumann.**

68.

Programma minimo: equazione del calore

69. **Introduzione euristica all'equazione di diffusione: legge di Fourier per il calore.**
70. **Interpretazione probabilistica**
71. **La soluzione fondamentale in $\mathbb{R}^n$ in trasformata di Fourier**
72.
73.
74. **Principio del massimo parabolico per domini limitati;**
75. **Unicità delle soluzioni dell'equazione del calore con condizioni di Dirichlet.**
76.
77.
78.
79.
80.

Programma ampio: formalismo hamiltoniano e equazione di Liouville

1. **Formalismo hamiltoniano e equazioni di hamilton [H]**
2. **Lagrangiane "naturali" e corrispondenti hamiltoniane [H]. L'hamiltoniana dell'oscillatore armonico e del moto centrale piano**
3. **Definizione del flusso e sue proprietà ([FM 2.1], vedi anche [SD 1]). EDO per la matrice jacobiana del flusso Equazione per il determinate jacobiano**
4. **Sistemi a divergenza nulla e sistemi hamiltoniani [H]**
5. **Il teorema del ritorno di Poincaré, varianti e commenti [SD 3.4], [NA].**
6. **Equazione di Liouville e la sua soluzione [NA].**
7. **L'equazione del trasporto lineare e la sua soluzione.**

Programma ampio: onde in una dimensione

8. **Catene di oscillatori come modello microscopico per il moto della corda vibrante; lagrangiana per la corda vibrante come limite della lagrangiana della catena di oscillatori.**
9. **Principio di Hamilton per la lagrangiana della corda vibrante e derivazione macroscopia da principio variazionale [FM 3.2.1].**
10. **Rivisitazione del principio variazionale e condizioni al contorno. Condizioni di tipo Dirichlet e di tipo Neumann, omogenee e non, loro significato fisico.**
11. **L'equazione delle onde in $\mathbb{R}$, onde progressive e regressive, struttura delle soluzioni.**
12. **Formula di D'Alembert, significati dei vari termini.**
13. **Sovrapposizione. Cono di influenza e cono di dipendenza.**
14. **Regolarità delle soluzioni.**
15. **Costruzione delle soluzioni con il metodo delle riflessioni.**
16. **Distribuzioni, la delta di Dirac [NA, SCH]**
17. **Convergenza di distribuzioni. Derivate distribuzionali [NA, SCH]**
18. **Derivata della funzione caratteristica. Derivata della delta [NA, SCH]**
19.
20. **Onde stazionarie: frequenza fondamentale e armoniche.**
21. **La serie di Fourier, richiami sulla convergenza puntuale.**
22. **Prodotto scalare in $L^2([-\pi, \pi], \mathbb{C})$. [K]**
23. **Disuguaglianza di Bessel. [K]**
24.
25. **L'uguaglianza di Parseval. [K cap. III par. 4 e K cap VIII par. 1].**
26. **La lagrangiana delle onde in serie di Fourier: disaccoppiamento dei modi.**
27. **Trasformata di Fourier in S^∞ [NA]**
28. **Identità di Plancherel-Perseval [NA]**
29. **Qualche identità notevole via trasformata di Fourier: la delta come integrale di coseni, e l'integrale di $\sin(x)/x$ [NA]**
30. **La soluzione del problema di Cauchy per l'equazione delle onde in trasformata di Fourier.**
31.

Programma ampio: onde in più dimensioni

32. **Dalle equazioni di Maxwell alle onde elettromagnetiche [testi di fisica II, vedi anche**

    `https://it.wikipedia.org/wiki/Radiazione_elettromagnetica#Derivazione`

33.

34. **Conservazione dell'energia.**

35. **Teorema di unicità per soluzioni C^2 nei domini.**

36. **Il cono retrogrado e l'unicità in $\mathbb{R}^n$. Limitatezza della velocità di propagazione.**

37. **La funzione di Green per l'equazione delle onde. Convoluzione.**

38. **La costruzione della funzione di Green in $\mathbb{R}^3$. Verifica.**

39.

40.

41. **La funzione di Green in $\mathbb{R}^2$ con il "metodo della discesa".**

42.

43. **Autofunzioni del laplaciano sul toro bidimensionale e sui quadrati con condizioni di Dirichlet nulle al bordo. Anarmonicità dei tamburi quadrati.**

Programma ampio: equazione di Laplace e di Poisson

44. **Il problema di Laplace come equazione dell'equilibrio per l'equazione delle onde, e relativo problema variazionale.**
45. **L'equazione di Poisson e la determinazione del potenziale elettrostatico.**
46. **La funzione di Green in $\mathbb{R}^n$ attraverso il teorema di Gauss.**
47. **Regolarità del potenziale generato, verifica che lap $G * f = -f$ se f è C^1 e a supporto compatto [NA]**
48. **Andamento asintotico di $G * f$ nelle varie dimensioni [NA]**
49. **Le identità di Green (vedi anche [NA])**
50. **La condizione di compatibilità per Poisson-Neumann. Unicità delle soluzioni di Lapalce/Poisson-Dirichlet e di Lapalce/Poisson-Neumann (a meno di costanti), nel caso di soluzioni C^1 fino al bordo.**
51. **Formula di rappresentazione delle funzioni armoniche.**
52.
53. **I e II teorema della media.**
54. **Principio del massimo.**
55. **Conseguenze del principio del massimo; unicità per Lapalce/Poisson Dirichlet nel caso di sola continuità fino al bordo.**
56.
57. **La formula di Poisson per Laplace-Dirichlet in dimensione 2.**
58.
59.
60. **Fomula di Poisson per Laplace-Dirichlet in R^n (dimostrazione in 68).**
61. **Inverso del teorema della media.**
62. **Disuguaglianza di Harnack. Teorema di Liouville.**
63. **Unicità delle soluzioni di Poisson in 2 e 3 dimensioni (imponendo condizioni asintotiche).**
64. **La funzione di Green per i problemi nei domini limitati.**
65.
66. **La soluzione del problema di Poisson Dirichlet attraverso la funzione di Green.**
67. **Metodo della carica immagine per il semispazio. Funzione di Green per il semipiano. Caso delle condizioni di Neumann.**
68. **Formula di Poisson in dimensione n, e funzione di Green per $B_R(0)$.**

Programma ampio: equazione del calore

69. **Introduzione euristica all'equazione di diffusione: legge di Fourier per il calore.**

70. **Modello microscopico probabilistico**

71. **La soluzione fondamentale in $\mathbb{R}^n$ in trasformata di Fourier**

72.

73. **Unicità delle soluzioni C^1 al bordo attraverso il controllo dell'energia.**

74. **Principio del massimo parabolico per domini limitati;**

75. **Unicità delle soluzioni dell'equazione del calore con condizioni di Dirichlet.**

76. **Principio del massimo in $\mathbb{R}^n$ e conseguente unicità delle soluzioni.**

77. **Comportamento asintotico delle soluzioni dell'eq. del calore con le varie condizioni al contorno**

78.

79.

80.

Programma completo: formalismo hamiltoniano e equazione di Liouville

1. **Formalismo hamiltoniano e equazioni di hamilton [H]**
2. **Lagrangiane "naturali" e corrispondenti hamiltoniane [H]. L'hamiltoniana dell'oscillatore armonico e del moto centrale piano**
3. **Definizione del flusso e sue proprietà ([FM 2.1], vedi anche [SD 1]). EDO per la matrice jacobiana del flusso Equazione per il determinate jacobiano**
4. **Sistemi a divergenza nulla e sistemi hamiltoniani [H]; coincidenza nel caso di un grado di libertà** (*facoltativo*) **.**
5. **Il teorema del ritorno di Poincaré, varianti e commenti [SD 3.4], [NA].**
6. **Equazione di Liouville e la sua soluzione [NA].**
7. **L'equazione del trasporto lineare e la sua soluzione.**

Programma completo: onde in una dimensione

8. **Catene di oscillatori come modello microscopico per il moto della corda vibrante; lagrangiana per la corda vibrante come limite della lagrangiana della catena di oscillatori.**
9. **Principio di Hamilton per la Lagrangiana della corda vibrante e derivazione macroscopia da principio variazionale [FM 3.2.1].**
10. **Rivisitazione del principio variazionale e condizioni al contorno. Condizioni di tipo Dirichlet e di tipo Neumann, omogenee e non, loro significato fisico.**
11. **L'equazione delle onde in R, onde progressive e regressive, struttura delle soluzioni.**
12. **Formula di D'Alembert, significati dei vari termini.**
13. **Sovrapposizione. Cono di influenza e cono di dipendenza.**
14. **Regolarità delle soluzioni.**
15. **Costruzione delle soluzioni con il metodo delle riflessioni.**
16. **Distribuzioni, la delta di Dirac [NA, SCH]**
17. **Convergenza di distribuzioni. Derivate distribuzionali [NA, SCH]**
18. **Derivata della funzione caratteristica. Derivata della delta [NA, SCH]**
19. **La formula di Duhamel attraverso la delta [NA]**
20. **Onde stazionarie: frequenza fondamentale e armoniche.**
21. **La serie di Fourier, richiami sulla convergenza puntuale.**
22. **Prodotto scalare in $L^2([-\pi, \pi], \mathbb{C})$. [K]**
23. **Disuguaglianza di Bessel. [K]**
24. (*facoltativo*) **convergenza in L^2 della serie di Fourier usando la densità dei polinomi trigonometrici nella norma del sup. [K]**
25. **L'uguaglianza di Parseval. [K cap. III par. 4 e K cap VIII par. 1].**
26. **La lagrangiana delle onde in serie di Fourier: disaccoppiamento dei modi.**
27. **Trasformata di Fourier in S^∞ [NA]**
28. **Identità di Plancherel-Perseval [NA]**
29. **Qualche identità notevole via trasformata di Fourier: la delta come integrale di coseni, e l'integrale di $\sin(x)/x$ [NA]**
30. **La soluzione del problema di Cauchy per l'equazione delle onde in trasformata di Fourier.**
31. **Altre onde in Fourier: la relazione di dispersione; velocità di fase e velocità di gruppo [NA]**

Programma completo: onde in più dimensioni

32. **Dalle equazioni di Maxwell alle onde elettromagnetiche, onde piane. [testi di fisica II, vedi anche**

    https://it.wikipedia.org/wiki/Radiazione_elettromagnetica#Derivazione
    https://it.wikipedia.org/wiki/Radiazione_elettromagnetica
    #Caratteristiche_di_un.27onda_elettromagnetica]

33. **Equazione delle onde nel piano: oscillazioni di una membrana quadrata, dal modello microscopico alla lagrangiana. Equazioni del moto. Condizioni al contorno.**

34. **Conservazione dell'energia.**

35. **Teorema di unicità per soluzioni C^2 nei domini.**

36. **Il cono retrogrado e l'unicità in $\mathbb{R}^n$. Limitatezza della velocità di propagazione.**

37. **La funzione di Green per l'equazione delle onde. Convoluzione.**

38. **La costruzione della funzione di Green in $\mathbb{R}^3$. Verifica.**

39. **Formula di Kirchhoff [NA]**

40. **Regolarità delle soluzioni.**

41. **La funzione di Green in $\mathbb{R}^2$ con il "metodo della discesa".**

42. **Formula di Poisson [NA].**

43. **Autofunzioni del laplaciano sul toro bidimensionale e sui quadrati con condizioni di Dirichlet nulle al bordo. Anarmonicità dei tamburi quadrati.**

Programma completo: equazione di Laplace e di Poisson

44. Il problema di Laplace come equazione dell'equilibrio per l'equazione delle onde, e relativo problema variazionale.
45. L'equazione di Poisson e la determinazione del potenziale elettrostatico.
46. La funzione di Green in $\mathbb{R}^n$ attraverso il teorema di Gauss.
47. Regolarità del potenziale generato, verifica che lap $G * f = -f$ se f è C^1 e a supporto compatto [NA]
48. Andamento asintotico di $G * f$ nelle varie dimensioni [NA]
49. Le identità di Green (vedi anche [NA])
50. La condizione di compatibilità per Poisson-Neumann. Unicità delle soluzioni di Lapalce/Poisson-Dirichlet e di Lapalce/Poisson-Neumann (a meno di costanti), nel caso di soluzioni C^1 fino al bordo.
51. Formula di rappresentazione delle funzioni armoniche.
52. Regolarità C^∞ delle funzioni armoniche.
53. I e II teorema della media.
54. Principio del massimo.
55. Conseguenze del principio del massimo; unicità per Lapalce/Poisson Dirichlet nel caso di sola continuità fino al bordo.
56. Continuità nel dato al bordo per Laplace-Dirichlet.
57. La formula di Poisson per Laplace-Dirichlet in dimensione 2.
58. Continuità al bordo della soluzione data dalla formula di Poisson nel caso di dato al bordo continuo.
59. Analiticità delle funzioni armoniche.
60. Fomula di Poisson per Laplace-Dirichlet in R^n (dimostrazione in 68).
61. Inverso del teorema della media.
62. Disuguaglianza di Harnack. Teorema di Liouville.
63. Unicità delle soluzioni di Poisson in 2 e 3 dimensioni (imponendo condizioni asintotiche).
64. La funzione di Green per i problemi nei domini limitati.
65. Proprietà della funzione di Green per un dominio.
66. La soluzione del problema di Poisson Dirichlet attraverso la funzione di Green.
67. Metodo della carica immagine per il semispazio. Funzione di Green per il semipiano. Caso delle condizioni di Neumann.
68. Formula di Poisson in dimensione n, e funzione di Green per $B_R(0)$.

Programma completo: equazione del calore

69. **Introduzione euristica all'equazione di diffusione: legge di Fourier per il calore.**

70. **Modello microscopico probabilistico**

71. **La soluzione fondamentale in $\mathbb{R}^n$ in trasformata di Fourier**

72. (*facoltativo*) **l'invarianza di scala dell'equazione del calore, la soluzione fondamentale come soluzione autosimile**

73. **Unicità delle soluzioni C^1 al bordo attraverso il controllo dell'energia.**

74. **Principio del massimo parabolico per domini limitati;**

75. **Unicità delle soluzioni dell'equazione del calore con condizioni di Dirichlet.**

76. **Principio del massimo in $\mathbb{R}^n$ e conseguente unicità delle soluzioni.**

77. **Comportamento asintotico delle soluzioni dell'eq. del calore con le varie condizioni al contorno**

78. **Interpretazione dell'equazione di Laplace nel discreto [Salsa - Equazioni alle derivate parziali, par 3.3.2]**

79. (*facoltativo*) **descrizione del caso continuo [Salsa - Equazioni alle derivate parziali, par 3.3.6]**

80. (*facoltativo*) **proprietà di ricorrenza del moto browniano in $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ [Salsa - Equazioni alle derivate parziali, par 3.3.7]**