100 domande sul corso di Fisica Ambientale

7 gennaio 2016

Indice

1 richiami sulle rette

Esercizio 1

Nella legge lineare $f(x) = ax + b$, il coefficiente a è un numero puro

---

Esercizio 2

Nella funzione lineare $f(x) = ax + b$, il coefficiente a è

Esercizio 3

Il grafico di una legge lineare che lega y a x è una retta perché

Esercizio 4

Se y varia proporzionalmente a x allora il grafico di y in funzione di x è

Esercizio 5

Interpolare linearmente tra i dati (q_0, p_0) e (q_1, p_1) vuol dire

---

Esercizio 6

La funzione lineare che interpola tra i punti (x_0, y_0) e (x_1, y_1) è

---

2 richiami sulle leggi a potenza

Esercizio 1

Una legge allometrica è

Esercizio 2

Si ipotizzi che un albero che cresce aumenti in nodo uniforme tutte le sue dimensioni. Di quanto si moltiplica la pressione alla base del tronco, se le dimensioni si moltiplicano per $\gamma > 1$?

Esercizio 3

La legge di Zipf lega il valore di una grandezza g (per esempio una numerosità) alla sua posizione k nella classifica dei valori che g assume, dal maggiore al minore. È una legge del tipo

---

3 leggi esponenziali

Esercizio 1

La legge di Malthus $N(t) = N_0 R^t$ si ottiene ipotizzando che

Esercizio 2

Nella legge di Malthus $N(t) = N_0 R^t$ la costante R è

Esercizio 3

In una legge di decadimento esponenziale $M(t) = M_0 r^t$ la costante r è

4 logaritmi

Esercizio 1

L'equazione $y = \mathrm{e}^x$, nell'incognita x, ha

Esercizio 2

L'immagine della funzione $\ln x$ è

Esercizio 3

Siano a, b, c tre numeri maggiori di 1. Allora a^b è anche uguale a

Esercizio 4

Quali leggi hanno un grafico lineare se rappresentate in scala logaritmica?

Esercizio 5

Quali leggi hanno un grafico lineare se rappresentate in scala log–log?

Esercizio 6

Il coefficiente angolare b di un grafico rettilineo in scala log-log è

Esercizio 7

Il coefficiente angolare b di un grafico rettilineo in scala log è

Esercizio 8

Un asse in scala logaritmica è utile a rappresentare grandezze

---

Esercizio 9

Misurare la variazione di scala di una grandezza corrisponde a misuare la variazione

---

5 rapporti incrementali e derivate

Esercizio 1

Una funzione $f(x)$ è una legge lineare se e solo se il rapporto incrementale

---

Esercizio 2

Il rapporto incrementale per una funzione $f(x)$ è

Esercizio 3

Il rapporto incrementale per una funzione $f(x)$ nel punto x_0 è

Esercizio 4

Il rapporto incrementale di una funzione $f(x)$ tra i x_0 e x_1 si interpreta geometricamente come

---

Esercizio 5

Il rapporto incrementale di una funzione $f(x)$ tra x_0 e x_1 esprime

---

Esercizio 6

La derivata di una funzione $f(x)$ in x_0 esprime

Esercizio 7

La derivata di una funzione $f(x)$ in x_0 è

Esercizio 8

La derivata di una funzione $f(x)$ in x_0 si interpreta geometricamente come

---

Esercizio 9

Supponi di fare degli ingrandimenti progressivi del grafico di una funzione $f(x)$ intorno al punto $(x_0, f(x_0))$. Cosa osservi se l'ingrandimento tende a infinito?

Esercizio 10

La retta tangente $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ è una buona approssimazione di

---

6 integrali

Esercizio 1

Considera una funzione $f(x)$ definita nell'intervallo $[a, b]$, e dividi l'intervallo in n intervalli $I_1, I_2, \dots I_n$, di lunghezza $\Delta x = (b - a)/n$. Una somma di Cauchy è

Esercizio 2

Considera una funzione $f(x)$ definita nell'intervallo $[a, b]$, e dividi l'intervallo in n intervalli $I_1, I_2, \dots I_n$, di lunghezza $\Delta x = (b-a)/n$. Le corrispondenti somme di Cauchy approssimano, al crescere di n,

---

Esercizio 3

Data una funzione $f(x)$ definita nell'intervallo $[a, b]$, considera l'integrale definito di f in $[a, b]$, e l'area tra l'asse x e il grafico di f tra a e b. Che relazione c'è tra questi due concetti?

Esercizio 4

Una barra di materiale non conduttore ha una densità lineare di carica $q(x)$, con $x \in [0, \ell]$. La densità lineare media è

---

7 frequenze

Esercizio 1

La frequenza assoluta di un evento è

Esercizio 2

La somma delle frequenze assolute degli eventi è

Esercizio 3

La somma delle frequenze relative degli eventi è

Esercizio 4

La frequenza relativa di un evento è la sua probabilità.

---

8 eventi incompatibili

Esercizio 1

Se due eventi E e F sono incompatibili, allora

Esercizio 2

Sia **S** uno spazio degli eventi. Due eventi E e F si dicono incompatibili se e solo se

---

Esercizio 3

Sia **S** uno spazio degli eventi. Assumendo che in **S** non ci siano eventi elementari di probabilità nulla, quale delle seguenti affermazioni non implica l'incompatibilità tra due eventi E e F?

---

9 eventi

Esercizio 1

Sia $X = \{e_1, e_2, \ldots e_n\}$ uno spazio di eventi elementari, con probabilità assegnate ai singoli eventi elementari. Un evento è

Esercizio 2

Sia **S** lo spazio che descrive l'estrazione di una carta da un mazzo. Lo spazio degli eventi che descrive l'estrazione di due carte è

Esercizio 3

Se due eventi E e F sono indipendenti

Esercizio 4

Siano E e F due eventi. Cosa si può affermare sul valore di $P(E \cup F)$?

Esercizio 5

Siano e E e F due eventi. Come si definisce insiemisticamente l'evento che descriveresti a parole come "E e F"? (aiutati provando a pensare a qualche esempio concreto, tipo "malato" e "fumatore", o "positivo a un test diagnostico" e "malato")

Esercizio 6

Siano E e F due eventi. Come si definisce insiemisticamente l'evento che descriveresti a parole come "E o F"? (aiutati provando a pensare a qualche esempio concreto, tipo "malato" e "fumatore", o "positivo a un test diagnostico" e "malato").

---

10 probabilita' condizionate

Esercizio 1

La probabilità condizionata $P(E|F)$ è la probabilità che

Esercizio 2

Sia F in evento con $P(F) > 0$. La probabilità $P(E|F)$ di un evento E condizionata a F è

Esercizio 3

Se $P(E|F) > 0$ si può dire che F causa E?

Esercizio 4

Se non ci sono eventi elementari di probabilità nulla, e se $P(E|F) = 1$, allora

---

Esercizio 5

Sia F in evento con $P(F) > 0$. In termini di probabilità condizionate, la condizione di indipendenza tra E e F è

Esercizio 6

Detto in modo approssimato ma suggestivo, la formula di Bayes viene usata per determinare

---

11 bayes e test

Esercizio 1

So che un certo test genetico dà risultato positivo sull'80% degli individui che ha una certa malattia. Indicando con $+$ l'evento "positivo al test", e con M l'evento "malato", il valore 80% è interpretabile come

---

12 binomiale

Esercizio 1

Nell'espressione di $P(X = k)$ per una una variabile binomiale X, con n prove, il termine $\binom{n}{k}$ è presente perché conta in quanti modi diversi si possono

---

13 valore atteso

Esercizio 1

Il valore atteso di una variabile X modellizza

Esercizio 2

Il valore atteso di una variabile X è definito come

Esercizio 3

Il valore atteso di una funzione di una variabile X si ottiene calcolando il valore che ha la funzione in $x =< X >$.

---

14 varianza

Esercizio 1

La varianza è

Esercizio 2

A parità di valor medio, minore è la varianza, più i dati sono concentrati intorno alla media

---

Esercizio 3

La deviazione standard

---

15 densita' di probabilita'

Esercizio 1

La densità di probabilità $\rho(x)$ per una variabile aleatoria X è

Esercizio 2

Assegnata la densità di probabilità $\rho(x)$ per una variabile aleatoria X, il valore di $P(X \in [x_0, x_1])$ è

Esercizio 3

Assegnata la densità di probabilità $\rho(x)$ per una variabile aleatoria X, il valore aspettato di $f(X)$ è

---

16 legge dei grandi numeri

Esercizio 1

La legge dei grandi numero afferma che, ripetendo una prova un numero N di volte, nel limite $N \to +\infty$

Esercizio 2

Sia e un evento di probabilità p, F_N il numero di volte che si verifica in N prove indipendenti, $f_N = F_N/N$ la frequenza relativa. La legge dei grandi numeri afferma che, nel limite $N \to +\infty$

---

17 limite centrale

Esercizio 1

Sia e un evento di probabilità p, F_N il numero di volte che si verifica in N prove indipendenti, $f_N = F_N/N$ la frequenza relativa. Quali delle seguenti affermazioni è vera per $f_N - p$?

Esercizio 2

Sia e un evento di probabilità p, F_N il numero di volte che si verifica in N prove indipendenti, $f_N = F_N/N$ la frequenza relativa. Quali delle seguenti affermazioni è vera per $f_N - p$ in conseguenza del teorema del limite centrale, per $N \to +\infty$?

Esercizio 3

Sia e un evento di probabilità p, F_N il numero di volte che si verifica in N prove indipendenti, $f_N = F_N/N$ la frequenza relativa. Quali delle seguenti affermazioni è vera per $F_N - pN$ in conseguenza del teorema del limite centrale, per $N \to +\infty$?

Esercizio 4

Il teorema del limite centrale è estremamemente utile nele applicazioni perché afferma che la media di una misura fatta su N prove è approssimativamente una variabile gaussiana di media pari al valore da misurare e di varianza

---

Esercizio 5

Una misura viene ripetuta N volte. La deviazione standard tende a zero per N che tende a infinito come

---

18 indici statistici

Esercizio 1

La frequenza relativa di un dato di un campione è

Esercizio 2

La frequenza relativa si può determinare solo per variabili statistiche quantitative

---

Esercizio 3

La media di una variabile statistica si può calcolare solo per variabili quantitative

---

Esercizio 4

La mediana di un campione è più stabile della media rispetto a eventuali errori presenti nei dati

---

Esercizio 5

La deviazione standard è una grandezza

Esercizio 6

La media di una variabile statistica quantitativa si ottiene moltiplicando i valori della variabile per la frequenza relativa con cui compaiono, e sommando i risultati

---

Esercizio 7

La varianza di una variabile statistica è la media pesata con le frequenze degli scarti dalla media.

Esercizio 8

Sia la deviazione standard che la distanza interquartile quantificano la dispersione dei dati

---

Esercizio 9

Media e mediana non possono mai essere molto diverse

---

19 distribuzioni campionarie

Esercizio 1

La media campionaria

Esercizio 2

Considerando campionamenti di dimensione N, con ripetizione, di dati una popolazione di media μ e varianza σ^2, la media campionaria m_N è

Esercizio 3

Considerando campionamenti di dimensione N, con ripetizione, di dati una popolazione di media μ e varianza σ^2, la probabilità che la media campionaria disti da μ di un valore fissato

---

Esercizio 4

Considerando campionamenti di dimensione N, con ripetizione, di dati una popolazione di media μ e varianza σ^2, e indicando con m_N la media campionaria, si può dire che la probabilità che μ sia tale che $|\mu - m_N| < 1.96\sigma/\sqrt{N}$

Esercizio 5

L'intervallo di confidenza al 95% contiene sempre quello al 99%.

---

20 test statistici

Esercizio 1

I test statistici permettono di trovare la probabilità che una ipotesi sia vera.

Esercizio 2

Il valore p di un test statistico è

Esercizio 3

Se il valore p del test statistico è sufficientemente basso, allora

---

Esercizio 4

Il test di adattamento del χ^2 serve a testare l'indipendenza tra due variabili

---

21 rappresentazione dei dati

Esercizio 1

Per rappresentare le frequenze di dati nominali si usano gli istogrammi

---

Esercizio 2

Per rappresentare le frequenze di dati nominali ordinati, si usano

---

Esercizio 3

In un aerogramma, le frequenza dei dati sono proporzionali all'area del settore circolare che li rapresentano

---

Esercizio 4

In un istogramma, le frequenza dei dati sono proporzionali alle altezza delle colonne che li rappresentano

---

Esercizio 5

In un ortrogramma, le frequenza dei dati sono proporzionali all'altezza delle colonne che li rapresentano

---

Esercizio 6

Se X è una variabile stastistica quantitativa, il 37-esimo percentile è

Esercizio 7

Nel grafico della frequenza relativa cumulata di una variabile statistica quantitativa (o di una variabile aleatoria), le ascisse sono

Esercizio 8

Nel grafico della frequenza relativa cumulata di una variabile statistica quantitativa (o di una variabile aleatoria), le ordinate sono

Esercizio 9

Se una variabile statistica quantitativa è equidistribuita, il grafico delle frequenze cumulate è

Esercizio 10

Se si scalano opportunamente gli assi, c'è una relazione tra il grafico della frequenza cumulata e il grafico della statistica ordinata. Quale?

22 indice di Gini e questioni correlate

Esercizio 1

Sia q una variabile statstica quantitativa, distribuita in una poplazione di n individui, e sia Q la somma totale di q. La curva di Lorentz per q è costituita dalla spezzata che unisce i punti (x_i, p_i) dove

Esercizio 2

Se una quantità q è posseduta in ugual misura da ogni individuo di una popolazione di n individui, la curva di Lorentz è

Esercizio 3

La curva di Lorentz è sempre al di sotto della bisettrice del quadrato di lato 1

Esercizio 4

L'indice di Gini è

Esercizio 5

L'indice di Gini è compreso tra 0 e 1; se è un numero vicino a zero, allora la risorsa è distribuita

Esercizio 6

Se una variabile statistica (o aleatoria) assume un numero finito di valori con frequenze relative (probabilità) $p_1, \ldots, p_n$, il numero

$$\big(1 - (p_1^2 + p_2^2 + \ldots p_n^2)\big)$$

(che è l'omoziogosi in contesto genetico), misura

---

23 covarianza e correlazione

Esercizio 1

Se il coefficiente di correlazione tra due variabili X e Y è -1, allora tra X e Y c'è una relazione di proporzionalità

Esercizio 2

Se il coefficiente di correlazione tra due variabili X e Y è molto vicino a 1, allora tra X e Y c'è un rapporto di causa-effetto.

Esercizio 3

Se si calcola la retta di regressione in variabili standardizzate, cioè dividendo X e Y per le rispettive deviazioni standard, allora il coefficiente angolare è proprio il coefficiente di correlazione.
